

W belce w jednym końcu utwierdzonej, a na drugim swobodnej reakcja jedynej podpory równa się sumie sił pionowych, działających na belkę (rys. 69 i 70, str. 58):

$$A = P_1 + P_2 \quad (64')$$

2. Analityczne wyznaczenie momentów zginających i sił poprzecznych.

Obliczenie momentu zginającego belki swobodnie podpartej AB (rys. 57, str. 46) względem przekroju $\alpha\alpha$ analitycznie wykonywamy za pomocą wzoru:

$$M_\alpha = Ax - P_1 a_1 - P_2 a_2 \quad (65)$$

W szczególnym wypadku, gdy na belkę działa jeden ciężar skupiony w jej przekroju środkowym, moment zginający w tym przekroju równa się:

$$M_\alpha = \frac{Pl}{4} \quad (65')$$

Wykreślnie znajdujemy M_α , jako moment układu sił A , P_1 i P_2 względem punktu α sposobem podanym w rozdz. II, I.

Gdy obciążenie belki jest ciągłe, (rys. 59, str. 48), wówczas znajdujemy moment zginający w przekroju $\alpha\alpha$ odległym o x od podpory A ze wzoru:

$$M_\alpha = Ax - a_0 \int_a^x q dx \quad (66)$$

gdzie a_0 oznacza odległość środka ciężkości obciążenia części belki położonej na lewo od przekroju $\alpha\alpha$.

W razie, gdy q jest wielkością stałą i obciążenie pokrywa całą belkę, mamy, że

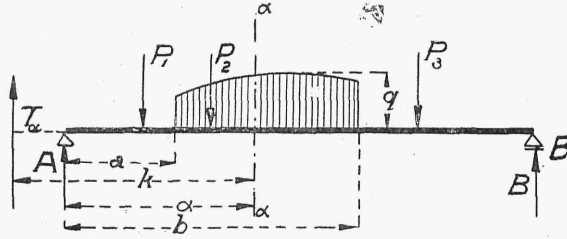
$$A = \frac{ql}{2}; \quad Ax = \frac{qlx}{2}$$

$$M_\alpha = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(l-x) \quad (67)$$

W szczególnym wypadku, gdy $x = \frac{l}{2}$, wzór (67) przybiera postać następującą:

$$M_\alpha = \frac{ql^2}{8} \quad (67')$$

Siłę poprzeczną w przekroju $\alpha\alpha$ znajdujemy analitycznie, jako algebraiczną sumę sił A , P i qdx (rys. 60):



Rys. 60.

$$T_{\alpha} = A - P_1 - P_2 - \int_a^{\alpha} q dx \quad (68)$$

Odległość punktu zaczepienia siły T_{α} od przekroju $\alpha\alpha$ wyznaczamy z równania:

$$k = \frac{M_{\alpha}}{T_{\alpha}} \quad (69)$$

które wypływa z twierdzenia, że moment wypadkowej (T_{α}) równy jest sumie algebraicznej momentów składowych (M_{α}).

W razie samego tylko obciążenia ciągłego mamy, że

$$T_{\alpha} = A - \int_a^{\alpha} q dx \quad (70)$$

Punkt zaczepienia siły T_{α} i w tym wypadku znajdujemy ze wzoru (69).

W razie całkowitego obciążenia belki i przy $q = \text{const}$.

$$T_{\alpha} = q \left(\frac{l}{2} - \alpha \right) \quad (71)$$

gdzie α ma to samo znaczenie, co i wyżej.

Wykreślnie znajdujemy siłę T_{α} , jako częściową wypadkową sił, działających na część belki $A\alpha$.

Przechodząc do belki, utwierdzonej w jednym końcu a na drugim swobodnej (rys. 69, str. 58) i ustawiając dla przekroju utwierdzenia równanie równowagi:

$$\Sigma M = 0$$

znajdujemy, iż siły P_1 i P_2 wywołują na podporze moment:

$$M_A = - (P_1 c_1 + P_2 c_2)$$

gdzie c_1 i c_2 oznaczają odległości linii działania sił P_1 i P_2 od przekroju utwierdzenia.

Wyznaczając moment zginający w dowolnym przekroju $\alpha\alpha$ belki, jako sumę momentów, działających na lewą część belki, znajdujemy:

$$M_\alpha = M_A + A \cdot \alpha$$

gdzie α oznacza odległość przekroju $\alpha\alpha$ od punktu utwierdzenia, zaś A reakcję, wyznaczoną ze wzoru (64'). Mamy w ten sposób, iż

$$M_\alpha = - (P_1 c_1 + P_2 c_2) + (P_1 + P_2) \alpha = - P_1 (c_1 - \alpha) - P_2 (c_2 - \alpha)$$

Moment ten obraca lewą, odciętą przez przekrój $\alpha\alpha$, część belki na lewo, jest więc, według przyjętego wyżej sposobu znakowania (por. § 1 niniejszego rozdz.), momentem zginającym ujemnym. Bezpośrednio, nie wyznaczając ani reakcji A , ani momentu podporowego M_A , moglibyśmy dojść do powyższego wyniku, wyobraziwszy sobie, iż patrzymy na przedstawioną na rys. 69 belkę, stojąc za płaszczyzną rysunku.

Rozumowanie powyższe zachowuje moc swą i w tym wypadku, gdy przekrój $\alpha\alpha$ przechodzi między ciężarami P_1 i P_2 .

Siłę poprzeczną w przekroju $\alpha\alpha$ otrzymujemy ze wzoru:

$$T_\alpha = A = P_1 + P_2$$

dla przekroju $\alpha\alpha$ przedstawionego na rys. 69 oraz według wzoru:

$$T_\alpha = A - P_1 = P_2$$

dla przekroju $\alpha\alpha$, przeprowadzonego między siłami P_1 i P_2 .

3. Wykresy momentów zginających i sił poprzecznych.

Wykresy momentów zginających i sił poprzecznych mają za zadanie uwydatnić zależność między położeniem na belce danego przekroju a odpowiadającym mu momentem, względnie siłą poprzeczną. Wykresy te ułatwiają w ten sposób znalezienie na belce miejsca największego momentu i największej siły poprzecznej.

Bezpośrednio rzędne wykresu momentów zginających znajdujemy w myśl wskazówek rozdz. III, 1, jako odcinki pionowe (t. j. równoległe do