

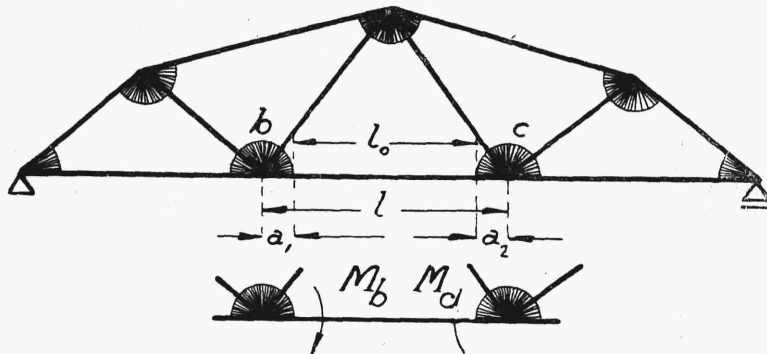
ROZDZIAŁ XV.

Układy ramowo-kratowe.

Układami ramowo-kratowymi nazywać będziemy układy, które posiadają geometryczną postać kraty, przyczem jednak węzły ich, wszystkie lub częściowo, nie są przegubowe. Należą tu więc żelazne kratownice o węzłach sztywnych, tak zwane belki wzmocnione, drewniane układy zastrzałowe i t.d. Rozwiązywanie podobnych zadań wymaga łącznego wyzyskania metod, stosowanych przy obliczaniu ram, oraz metod, stosowanych przy obliczaniu kratownic.

I. Kratownica geometrycznie niezmienna o węzłach sztywnych.

Bierzemy kratownicę, przedstawioną na rys. 381. Jeżelibyśmy w węzłach tej kratownicy umieścili przegubowy, to byłaby ona układem niezmiennym i statycznie wyznaczalnym. Obliczenie prowadzimy jednak w założeniu, że węzły układu są sztywne ¹⁾.



Rys. 381.

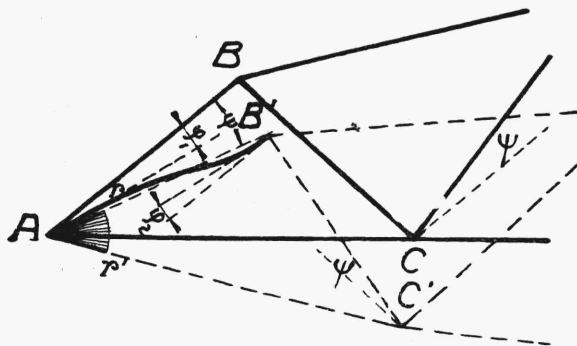
¹⁾ O. Mohr, „Abhandlungen aus dem Gebiete der Technischen Mechanik“, 1914, str. 467.

Wobec sztywności węzłów, w końcach każdego pręta kratownicy działa moment, wyrażający wpływ utwierdzenia pręta w węźle (rys. 381).

Zwykle przyjmujemy dla uproszczenia rachunku, że wymiar węzłów w kierunku osi pręta równa się zero (na rys. 381 $a_1 = a_2 = 0$) t.j., że odkształcalna, swobodna część pręta l_0 równa się jego długości teoretycznej l .

Uważamy, że kąty, jakie tworzą ze sobą, po odkształceniu, styczne do osi odkształconych prętów w ich końcach, równe są kątom, jakie tworzyły odpowiednie pręty przed odkształceniem, czyli, że np. na rys. 382 kąt BAC równa się kątowi rAr' .

Przy odkształceniu kratownicy punkty przecięcia się osi prętów (węzły teoretyczne) ulegają przesunięciu, same zaś węzły obracają się dookoła tych punktów. Za kąt obrotu węzła uważamy kąt nachylenia, powstały, wskutek odkształcenia się kratownicy, między pierwotnym kierunkiem osi pręta wychodzącego z danego węzła a styczną do jego osi odkształconej w danym węźle (rys. 382, kąty φ_1 i φ_2). Liczba kątów φ tego rodzaju równa się liczbie węzłów kratownicy k .



Rys. 382.

Proste, łączące węzły kratownicy (AB i AB' na rys. 382) nachylają się względem siebie wskutek odkształcenia kratownicy o kąty ψ (rys. 382). Kąty te uważamy za równe kątom obrotu odpowiednich prętów w wypadku odpowiedniej kratownicy przegubowej, co jest równoznaczne z pominięciem wpływu momentów węzłowych na podłużne siły w prętach. Liczba kątów ψ w zadaniu równa się liczbie prętów, czyli wynosi $2k - 3$.

Po odkształceniu się kratownicy węzeł B (rys. 382) zajmie nowe położenie B' , zaś pręt AB wygnie się w ten sposób, że styczna do jego odkształconej w węźle A utworzy z kierunkiem AB' kąt $\psi - \varphi_1$, a odpowiednia styczna w punkcie B' utworzy z kierunkiem $B'A$ kąt $\psi - \varphi_2$ (rys. 383).

Prostą AB' możemy uważać za nieodkształconą oś belki prostej, podpartej w punktach A i B' i wyginanej przez dwa końcowe momenty M_A i $M_{B'}$.

Kąty nachylenia stycznych do odkształconej takiej belki w punktach A i B' , równe są, w myśl powiedzianego wyżej, odpowiednio $\phi - \varphi_1$ i $\phi - \varphi_2$.

Na podstawie znanej zależności między kątami obrotów przekrojów belek a momentami (rozd. VII,6, wzór 245) mamy, że:

$$\phi - \varphi_1 = \frac{l}{6EJ}(2M_A - M_B) \quad (671)$$

$$\phi - \varphi_2 = \frac{l}{6EJ}(2M_B - M_A)$$

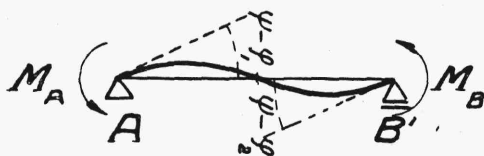
skąd otrzymujemy następujące wzory dla momentów:

$$M_A = \frac{2EJ}{l}(3\phi - 2\varphi_1 - \varphi_2) \quad (672)$$

$$M_B = \frac{2EJ}{l}(3\phi - 2\varphi_2 - \varphi_1) \quad (673)$$

Równania typu (672) i (673) ustawiamy dla wszystkich prętów i węzłów kratownicy. Wyznaczenie momentów węzłowych odbywa się

na podstawie równań równowagi poszczególnych węzłów. Dla każdego z nich możemy, mianowicie, ustawić równanie:



Rys. 383.

$$\sum M = 0 \quad (674)$$

gdzie M oznacza moment na końcu pręta utwierdzonego w danym węźle.

Liczba równań typu (674) równa jest liczbie węzłów k . Wstawiamy w równania te, zamiast M , ich wartości z równań (672) i (673). W ten sposób będą one wyrażały zależność między kątami φ i ϕ .

Kąty ϕ , jako kąty obrotów prętów kratownicy, uważanej za przegubową, mogą być wyznaczone niezależnie od pozostałych wielkości zadania sposobem omówionym w rozdz. XIV,5 i wobec tego mogą tu być uważane za wiadome.

Wobec tego, że liczba kątów φ równa się k t.j. liczbie równań (674), wszystkie te kąty mogą być z nich wyznaczone.

Znając kąty φ i ϕ , wstawiamy je do wzorów (672) i (673), z których obliczamy momenty, działające na poszczególne pręty. Naprężenia, wywołane w prętach przez te momenty, dodajemy do naprężeń, wywołanych przez siłę podłużną, uważając pręty kratownicy za podlegające jednoczesnemu ściskaniu i zginaniu.