

ROZDZIAŁ XVII.

Wytrzymałość na wpływy dynamiczne.

I. Uderzenia.

Równania energii sprężystej pozwalają na obliczenie konstrukcji i w tych wypadkach, gdy obciążenia zostały zaczepione nie drogą stopniowego wzrastania lecz w sposób nagły i z pewną prędkością.

Walec sprężysty, rzucony na podstawkę poziomą, doznaje odkształcenia, które następuje w sposób ciągły, chociaż zetknięcie się walca z podstawką nastąpiło nagle. Niech będzie h wysokość spadania sprężystego walca, v odpowiednia prędkość, Al jego objętość, γ ciężar jednostkowy. Ustawiamy dla momentów zderzenia i największego odkształcenia równanie równowartości pracy i energii kinetycznej. Ponieważ energia sprężysta walca równa się $V = \frac{1}{2} \epsilon^2 EA l$, więc poszukiwane równanie będzie miało postać następującą:

$$\frac{Al\gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{2} - 0 = \frac{1}{2} \epsilon^2 EA l \quad (810)$$

skąd

$$\epsilon = v \sqrt{\frac{\gamma}{gE}} \quad \text{lub} \quad \epsilon = \sqrt{\frac{2\gamma h}{E}} \quad (811)$$

Napężenie, powstające w walcu wskutek uderzenia, musi się wobec tego równać (g oznacza tu przyśpieszenie ziemskie):

$$\sigma = v \sqrt{\frac{\gamma E}{g}} \quad (812)$$

Wzory powyższe zachowują swą moc tylko w granicach sprężystości.

Wydłużenie jednostkowe ε , otrzymane ze wzoru (811) będzie największem, jakiego dozna walec. Po zderzeniu się z podstawką walec odskoczy od niej, następnie powtórnie na nią upadnie i t. d., aż ustali się stan równowagi. Miarodajnymi jednak dla bezpieczeństwa walca będą wzory (811) i (812).

Wyobraźmy sobie pręt pryzmatyczny AB (rys. 408) z główką B i ciężarem C równym P , który się po nim przesuwają. Oparty o główkę ciężar wyciąga pręt osiowo. Oznaczamy przez h wysokość, z jakiej został ciężar C spuszczonej na główkę, a przez v prędkość końcową spadania t. j. prędkość w chwili, gdy ciężar dotknął główki.

Ustawiając równanie równowartości pracy i energii kinetycznej dla momentów zderzenia i największego wydłużenia, zauważamy, iż praca wykonana w czasie między temi momentami równać się tu będzie pracy ciężaru P na wydłużeniu $\Delta l = \varepsilon l$ pręta, zmniejszonej o energję sprężystą pręta, czyli, że wyniesie:

$$P\varepsilon l - \frac{l\varepsilon^2 EA}{2}$$

Omówione równanie równowartości pracy i energii kinetycznej przybiera tu postać następującą:

$$0 - \frac{Pv^2}{2g} = P\varepsilon l - \frac{l\varepsilon^2 EA}{2} \quad (813)$$

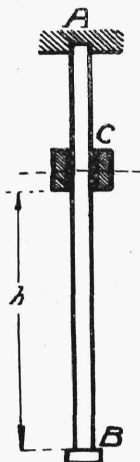
skąd największe jednostkowe wydłużenie pręta będzie:

$$\varepsilon = \frac{P}{EA} + \sqrt{\left(\frac{P}{EA}\right)^2 + \frac{P}{EAl} \cdot \frac{v^2}{g}} \quad (814)$$

W razie gdybyśmy zaczepili ciężar P do końca pręta AB nagle ale bez żadnej prędkości (por. rozdz. XVI, 7), czyli przy $v = 0$, mielibyśmy, że

$$\Delta l = \varepsilon l = 2 \frac{Pl}{EA} \quad (815)$$

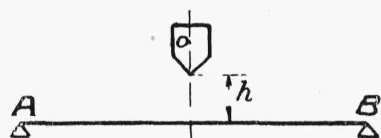
czyli, że wydłużenie w danym razie jest dwa razy większe, niż w tym wypadku, gdyby siła P wzrastała do swej ostatecznej wartości w sposób



Rys. 408.

ciągły i powolny, poczynając od zera. Największe napężenie w pręcie będzie się wówczas równało:

$$\sigma_{\max} = \varepsilon E = \frac{P}{A} + \sqrt{\left(\frac{P}{A}\right)^2 + \frac{PE}{Al} \cdot \frac{v^2}{g}} \quad (816)$$



Rys. 409.

Przy obliczeniu odkształcenia belki na dwóch podporach (rys. 409) zginanej w środku uderzeniem ciężaru P , spadającego z szybkością v , sposób rozumowania pozostaje ten sam, co poprzednio.

Energję sprężystą przedstawiamy na podstawie wzoru Clapeyron'a w sposób następujący:

$$V = \frac{1}{2} P f = \frac{24 EJ f^2}{l^3} \quad (817)$$

gdzie f oznacza największe ugięcie belki a l jej rozpiętość i gdzie

$$P = \frac{48 EJ f}{l^3}$$

Równanie równowartości pracy i energii kinetycznej przybiera tu następującą postać:

$$0 - \frac{P \cdot v^2}{2g} = P \cdot f - \frac{24 EJ}{l^3} \cdot f^2 \quad (818)$$

skąd otrzymujemy, że

$$f = \frac{Pl^3}{48 EJ} + \sqrt{\left(\frac{Pl^3}{48 EJ}\right)^2 + \frac{2 Pl^3}{48 EJ} \cdot \frac{v^2}{g}} \quad (819)$$

W razie $v = 0$ t.j. w razie zaczepienia ciężaru P w środku belki w sposób nagły, lecz bez prędkości mamy, że

$$f = 2 \frac{Pl^3}{48 EJ} \quad (820)$$

Wzór ten jest analogiczny do wzoru (815) i wyraża, iż ugięcie belki przy nagłym zaczepieniu siły P jest dwa razy większe, niż przy stopniowym i powolnym wzrastaniu jej od zera do końcowej wartości P .

W razie, gdy ciężary zostają zaczepione do pręta wyciąganego lub belki zginanej z pewną prędkością, we wzorach (815) i (820) współczynnik liczbowy staje się większym od 2 i równym w ogólnym wypadku stosunkowi k odkształcenia przy obciążeniu zaczepionem z prędkością v i przy obciążeniu wzrastającym stopniowo i powoli.

Stosunek k nazywa się współczynnikiem dynamicznym i powinien być dobrany w ten sposób, aby obciążenie zaczepione w sposób nagły, pomnożone przez ten współczynnik, mogło być wstawione w te wzory mechaniki budowli, które zostały wyprowadzone dla obciążeń, wzrastających w sposób ciągły od zera do swej wartości końcowej.

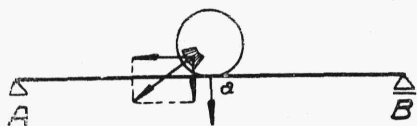
W przykładzie poprzednim współczynnik ten równa się:

$$k = f: \frac{Pl^3}{48 EJ} \quad (821)$$

2. Przechodzenie ciężarów przez mosty.

Poza wymienionymi wypadkami uderzeń, specjalny rodzaj uderzeń ma miejsce przy przechodzeniu ciężarów ruchomych przez mosty. Na uderzenia w tym wypadku składają się przyczyny następujące¹⁾:

1° Pionowa składowa siły odśrodkowej przeciwwag parowozów, przechodzących przez most, stanowi dodatkowe obciążenie tego ostatniego.



Rys. 410.

Na rys. 410 wskazane jest rozłożenie siły odśrodkowej przeciwwagi na dwa kierunki oraz przeniesienie działania pionowej składowej do punktu a styczności koła i szyny. O ile współczynnik dynamiczny obciążenia mostu przez pociąg równa się

$k = 1 + \alpha$, to według doświadczeń amerykańskich wpływ dynamiczny przeciwwag stanowi około 80% liczby α .

¹⁾ S. Timoszenko, „K woprosu o dopuskajemych napriazheniach w mietalicheskich mostach“, Izwiestja Sobr. Inż. Put. Soobszczenja, 1917 i „Kurs Wytrzymałości Materiałów“.