

Obciążenie pręta AB ramy oraz siła H wywołują przesunięcie poziome punktu A i tworzą momenty zginające pręt BO , wywołujące obrót (φ_1) przekroju pręta tego w punkcie B . Reakcja R_A równa się tu zero. Obrót φ_1 powoduje dalsze przesunięcie punktu A . Ponieważ, wobec zamocowania przegubowego, przesunięcie punktu A w rzeczywistości równe jest zero mamy więc stąd równanie następujące:

$$u_A = y + \varphi_1 \cdot h = 0$$

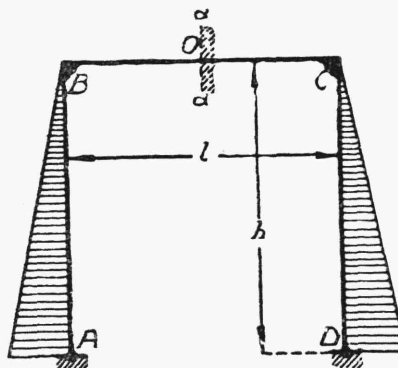
Wypełniając to równanie, otrzymujemy (rozdz. VII,5):

$$\frac{11}{120} \cdot \frac{qh^4}{EJ_s} - \frac{Hh^3}{3EJ_s} + \frac{qh^3l}{6EJ_b} - \frac{Hh^2l}{2EJ_b} = 0$$

skąd mamy, że:

$$H = \frac{qh}{20} \cdot \frac{11k + 20}{2k + 3} \quad (485)$$

gdzie $k = \frac{J_b h}{J_s l}$



Rys. 276.

Do naprężeń, wywołanych w ramie przez momenty zginające, należy dodać naprężenia, wywołane przez siły ściskające, w danym wypadku, naprężenia w belce wywołane przez parcie poziome H .

7. Ramy wielopiętrowe i zamknięte.

Ramy, których słupy połączone są ze sobą, poza belką górną, jeszcze belkami poziomymi w środku wysokości słupów, nazywamy wielopiętrowymi.

Dla przykładu bierzemy ramę przedstawioną na rys. 277, obciążoną w środku górnej belki siłą skupioną P . W punktach A i A' mamy tu przeguby, zaś poprzecznicą BB' połączona jest ze słupami AC i $A'C'$ ramy przegubowo, słupy nie są jednak w tych punktach rozcięte. Aby ramę rozwiązać, rozcinamy węzły C i C' i zaczepiamy w punktach przecięcia momenty niewiadome M_C .

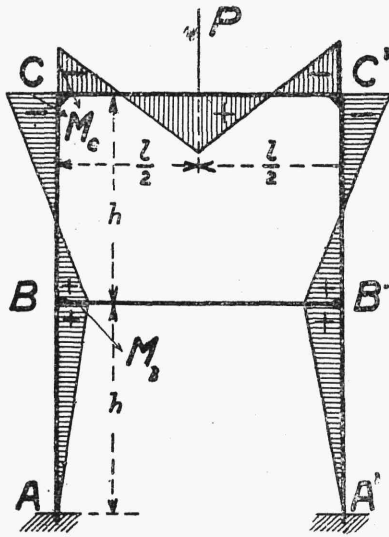
Wobec symetrii ramy, rozpatrujemy belki AB , BC , $A'B'$, $B'C'$, jako swobodnie podparte i obciążone na końcach C, C', B, B' momentami M_C i M_B , oraz belkę CC' , jako swobodnie podpartą i obciążoną dwoma równymi momentami M_C na końcach i siłą P w środku.

Obliczamy kąty obrotów przekrojów C i C' belki CC' :

$$\varphi_C^{CC'} = \frac{Pl^2}{16EJ_b} + \frac{M_C \cdot l}{2EJ_b}$$

Kąt obrotu przekroju B dla belki AB równa się:

$$\varphi_B^{AB} = \frac{M_B \cdot h}{3EJ_b}$$



Rys. 277.

Kąt obrotu tegoż przekroju dla belki BC równa się:

$$\varphi_B^{BC} = -\frac{M_B \cdot h}{3EJ_s} - \frac{M_C \cdot h}{6EJ_s}$$

Wobec tego, że kąt

$$\varphi_B^{BC} - \varphi_B^{AB} = 0,$$

mamy równanie następujące:

$$\frac{M_B \cdot h}{3EJ_s} + \frac{M_B \cdot h}{6EJ_s} + \frac{M_C \cdot h}{3EJ_s} = 0$$

skąd mamy, że

$$M_B = -\frac{M_C}{4}$$

i że kąt

$$\varphi_B^{BC} = -\frac{7}{24} \cdot \frac{M_C \cdot h}{EJ_s}$$

Przyrównujemy wreszcie do siebie kąty obrotu przekrojów C belki CC' i belki BC , skąd otrzymujemy, że

$$\frac{Pl^2}{16EJ_b} + \frac{M_C \cdot l}{2EJ_b} = -\frac{7}{24} \cdot \frac{M_C \cdot h}{EJ_s}$$

czyli, że:

$$M_C = - \frac{Pl^2}{8} \cdot \frac{1}{1 + \frac{7}{12} \cdot k} \quad (486)$$

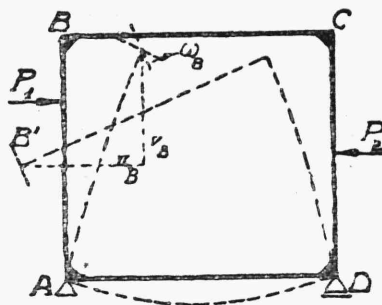
gdzie:

$$k = \frac{J_b \cdot h}{J_s \cdot l}$$

Wykres momentów zginających przedstawiony jest na rys. 277.

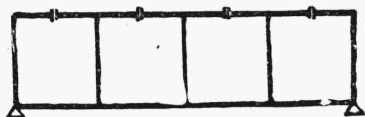
O ile belka pozioma w ramie przechodzi w linii dolnych przegubów, mamy wówczas do czynienia z ramą, którą nazywamy zamkniętą. Przykład takiej ramy przedstawiony jest na rys. 278.

W ramie tej podpora A jest przegubową, D zaś przegubowo-przesuwą, rama jest więc statycznie wyznaczalna zewnętrznje i statycznie niewyznaczalna wewnątrznie. Robimy przekrój w węźle B , wówczas odkształcenie ramy przybierze postać przedstawioną na rys. 278 linią kreskowaną. Wzajemne nachylenie się do siebie dwóch przekrojów B i B' oraz ich rozsuniecie poziome i pionowe oznaczamy odpowiednio przez ω_B , u_B i v_B . Aby ramę ponownie zamknąć, zaczepiamy do przekrojów B i B' równe sobie momenty M oraz równe siły poziome i pionowe H i R . Wyznaczamy ω_B , u_B i v_B na podstawie odkształceń poszczególnych prętów ramy pod działaniem zarówno sił zewnętrznych P , jak i M , H i R tak, jak dla innych ram prostokątnych, poczem rozwiązujemy równania:



Rys. 278.

$$\omega_B = 0 \quad u_B = 0 \quad v_B = 0$$

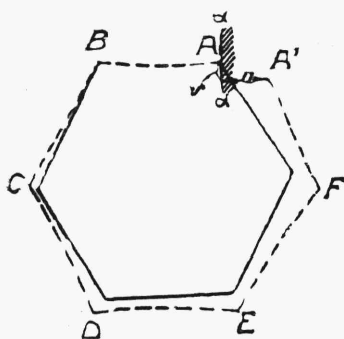


Rys. 279.

Do ram zamkniętych swobodnie podpartych należy również zaliczyć tak zwany dźwigar Vierendeel'a (rys. 279). Tutaj przecięcia musimy wykonać we wszystkich przedziałach dźwigara. Liczba wielkości statycznie niewyznaczalnych jest tu równa $3m$, przy m przedziałach¹⁾. Potrzebne przecięcia wskazane są na rysunku.

¹⁾ Por. K. Kriso „Statik der Vierendeelträger“, 1922.

Gdy chodzi o ramy zamknięte bardziej złożone, to postępowanie w takim wypadku omówione jest dla przykładu przedstawionego na rys. 280.

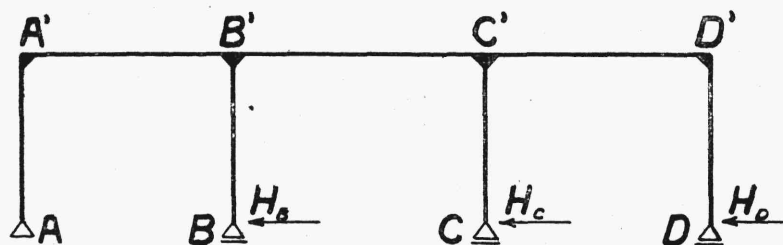


Rys. 280.

Robimy w ramie w punkcie A pewien przekrój $\alpha\alpha$ i uważamy, iż rama jest w nim utwierdzona. Znajdujemy wówczas przesunięcia u_A, v_C i obrót ω_A , wywołane działaniem sił zewnętrznych i sił H, R, M , wyrażających wzajemne oddziaływanie na siebie przeciętych części ramy. Zakładając następnie $u_A = 0, v_A = 0, \omega_A = 0$ znajdujemy trzy równania, z których obliczamy poszukiwane siły (vid. rys. 280, na którym obciążenie ramy nie jest uwidocznione).

8. Ramy wieloprzęsłowe i linie wpływowe.

Ramę, przedstawioną na rys. 281 t.j. ramę wieloprzęsłową przegubową, możemy obliczyć w następujący sposób.



Rys. 281.

Zastępujemy podpory przegubowe w punktach B, C i D przez podpory przegubowo-przesuwne i zaczepiamy w nich siły poziome H_B, H_C i H_D . Statycznie niewyznaczalne reakcje podpór B i C oznaczamy przez R_B i R_C . Do wyznaczenia pięciu wielkości nadliczbowych potrzebujemy 5 równań, z których 3 da nam warunek, że przesunięcia poziome punktów B, C i D muszą być równe zeru, czyli że:

$$u_B = 0 \quad u_C = 0 \quad u_D = 0$$

Pozostałe dwa równania możemy otrzymać, stosując równanie trzech momentów kolejno do podpór A', B', C' i B', C', D' belki poziomej ramy, uważając ją za belkę trójprzęsłową (por. § 10).