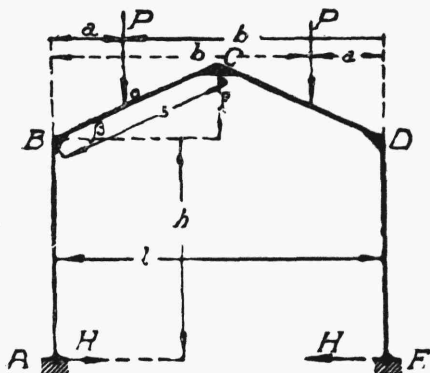


## 5. Ramy wieloboczne i trapezowe.

Mamy ramę przedstawioną na rys. 273 i obciążoną jednym ciężarem skupionym  $P$  w punkcie  $o$ . W punktach  $A$  i  $F$  znajdują się przeguby.

Zastępujemy przegub  $F$  przez podporę przegubowo-przesuwną i zaczepiamy tu niewiadomą, co do wielkości, siłę poziomą  $H$ . Siłę tę wyznaczamy z warunku, że wywołane przez nią poziome przesunięcie punktu  $F$  równa się, co do wielkości bezwzględnej, przesunięciu spowodowanemu przez działanie siły  $P$  i jest względem tamtego odwrotnego znaku.



Rys. 273.

Przy obliczeniu ramy na działanie samych tylko poziomych sił  $H$ , możemy ją rozpatrywać, ze względu na jej symetrię względem osi pionowej, za składającą się z dwóch półram  $ABC$  i  $FDC$ , utwierdzonych w  $C$ , swobodnych w  $A$  i  $F$  i obciążonych tu poszukiwaną siłą  $H$ . Jest to więc podobny sposób postępowania, jak dla dwuprzegubowej ramy prostokątnej (por. § 4 niniejszego rozdziału).

Potrzebne przesunięcie punktu  $F$  znajdziemy przy takim postawieniu kwestji, jako sumę dwóch równych przesunięć każdej półramy, odpowiednio w  $A$  i  $F$ .

Na przesunięcie punktu  $A$  składają się: ugięcie pręta  $AB$ , pozioma składowa ugięcia pręta  $BC$  oraz wywołany przez wygięcie tego ostatniego pręta obrót pręta  $AB$ .

Ugięcie słupa  $AB$  w punkcie  $A$  wynosi:

$$y_1 = \frac{Hh^3}{3EJ_s}$$

Pozioma składowa ugięcia pręta  $BC$  składa się z wyrazów zależnych od momentu  $Hh$  i od poziomej siły  $H$ :

$$y_2 = \frac{Hhs^2}{2EJ_b} \cdot \sin \beta + \frac{Hs^2 \sin \beta}{3EJ_b} \cdot \sin \beta$$

Kąt obrotu końca  $B$  pręta  $BC$  równa się

$$\varphi = \frac{Hhs}{EJ_b} + \frac{Hs^2 \sin \beta}{2EJ_b}$$

Odpowiednie przesunięcie punktu  $B$  wynosi:

$$\varphi \cdot h = \frac{Hh^2s}{EJ_b} + \frac{Hhs^2 \sin \beta}{2EJ_b}$$

W rezultacie przesunięcie punktu  $A$  względem osi symetrii ramy wyniesie:

$$u_A^H = \frac{Hh^3}{3EJ_s} + \frac{Hhs^2}{2EJ_b} \cdot \sin \beta + \frac{Hs^3 \sin \beta}{3EJ_b} \cdot \sin \beta + \\ + \frac{Hh^2s}{EJ_b} + \frac{Hhs^2 \sin \beta}{2EJ_b}$$

Wprowadzamy tu oznaczenie  $k = \frac{J_b \cdot h}{J_s \cdot s}$  i otrzymujemy ostatecznie wielkość  $2u_A^H$  t. j. zbliżenie się punktów  $A$  i  $F$  pod działaniem sił  $H$ .

$$2u_A^H = \frac{2s}{EJ_b} \cdot \frac{H}{3} \cdot \left[ h^2(k+3) + f(3h+f) \right] \quad (478)$$

Przy obliczeniu przesunięcia punktu  $F$  wskutek działania siły pionowej  $P$ , przypuszczamy, iż na ramę działa symetrycznie do  $P$  druga siła o tej samej wartości. Siła ta podwoi przesunięcie punktu  $F$ , wobec czego rzeczywiste przesunięcie może być wyznaczone, jako połowa przesunięcia przy symetrycznym obciążeniu ramy przez dwie siły  $P$ . W ten sposób i tutaj rozpatrujemy ramę  $ABCF$ , jako dwie ramy  $ABC$  i  $FDC$ , utwierdzone w punkcie  $C$ , swobodne w  $A$  i  $F$  i obciążone każda siłą  $P$  i siłą  $R = P$ .

Ten sposób postępowania może być jedynie użyty w razie działania na ramę symetryczną sił pionowych.

Ponieważ na pręt  $BC$  działa moment  $Pa$ , więc na poziome przesunięcie punktu  $B$  składa się: pozioma składowa ugięcia pręta  $BC$  w punkcie  $o$  (zaczepienia siły  $P$ ), wywołana działaniem momentu  $Pa$ , poziome przesunięcie punktu  $B$  wywołane przez obrót przekroju  $o$  oraz pozioma składowa ugięcia odcinka  $oB$  pręta  $BC$ . Przesunięcie, o którym mowa, wyniesie:

$$u_B^P = \left[ \frac{Pa \left( \frac{l}{2} - a \right) \cdot \frac{1}{\cos \beta}}{EJ_b} \cdot \frac{a}{\cos \beta} + \frac{Pa \left( \frac{l}{2} - a \right)^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \beta}}{2EJ_b} + \right. \\ \left. + \frac{P \cos \beta \cdot \left( \frac{a}{\cos \beta} \right)^3}{3EJ_b} \right] \sin \beta \quad (479)$$

Przesunięcie, będące rezultatem obrotu pręta  $AB$  wskutek wygięcia się pręta  $BC$ , równa się:

$$\varphi_B \cdot h = \left[ \frac{Pa \left( \frac{l}{2} - a \right) \cdot \frac{1}{\cos \beta}}{EJ_b} + \frac{P \cos \beta \cdot \left( \frac{a}{\cos \beta} \right)^2}{2 EJ_b} \right] h \quad (479')$$

Całkowite zbliżenie się punktów  $A$  i  $F$  pod działaniem jednej siły  $P$  wyniesie ostatecznie (vid. wzory 451):

$$u_A^P = \bar{y}_B + \varphi_B \cdot h \quad (480)$$

Po wyrugowaniu funkcji trygonometrycznych i redukcji dochodzimy do następującego wzoru:

$$u_A^P = \frac{Pa}{EJ_b} \cdot \frac{s}{l^2} \cdot \frac{6bhl + f(3l^2 - 4a^2)}{6} \quad (480')$$

Rozwiązujemy wreszcie równanie

$$u_A^H - u_A^P = u_A = 0 \quad (481)$$

i dochodzimy do następującego wzoru dla  $H$ :

$$H = \frac{Pa}{4l^2} \cdot \frac{6bhl + f(3l^2 - 4a^2)}{h^2(3 + k) + f(3h + f)} \quad (482)$$

W razie równomiernego obciążenia ciągłego w części ramy  $BCD$  należy wzór (482) przekształcić, wstawiając zamiast siły  $P$  siłę  $q dx$ , i wykonać odpowiednie całkowanie ( $dx$  jest to nieskończenie mały odcinek belki  $BCD$ ). W ten sposób otrzymujemy:

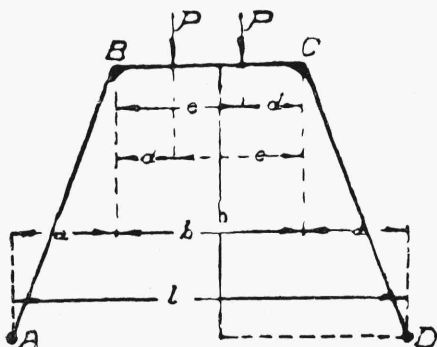
$$H = \frac{ql^2}{32} \cdot \frac{8h + 5f}{h^2(3 + h) + f(3h + f)} \quad (483)$$

Powyższa metoda obliczenia ramy wielobocznej może znaleźć zastosowanie we wszystkich wypadkach ram symetrycznych przy obciążeniu pionowym dowolnie rozmieszczonem na ramie.

Ramy trapezowe (rys 274) mogą być rozpatrywane, jako szczególny wypadek ramy wielobocznej. W razie obciążenia pionowego obliczenie

przeprowadzamy według sposobu podanego w przykładzie poprzednim. O ile obciążenie sprowadza się np. do dwóch sił położonych symetrycznie, wówczas

parcie poziome  $H$  wyraża się wzorem następującym (por. § 10 niniejszego rozdziału, gdzie podane jest całkowite obliczenie tego zadania):



Rys. 274.

$$H = \frac{P}{bh} \cdot \frac{3(ed + ab) + 2abk}{3 + 2k} \quad (484)$$

$$\text{gdzie } k = \frac{J_{BC}}{J_{AB}} \cdot \frac{AB}{BC} = \frac{J_b}{J_s} \cdot \frac{s}{b}$$

Przy niesymetrycznym obciążeniu ramy trapezowej rozwiązanie zadania opiera się na ogólnej metodzie obliczenia ram przegubowych omówionej w § 3.

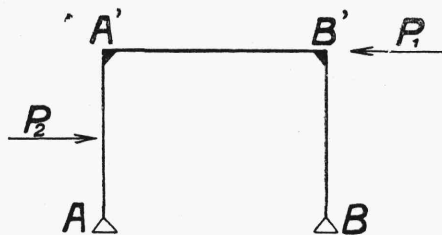
## 6. Ramy, znajdujące się pod działaniem sił poziomych.

Gdy na ramę jednoprzęsłową  $AA'B'B$  działają siły poziome  $P$ , zaczepione w różnych jej punktach, wówczas parcia poziome  $H$  na obydwóch podporach  $A$  i  $B$  ramy mogą nie być sobie równe, gdyż wówczas równanie równowagi  $\Sigma X = 0$  przybiera postać następującą (rys. 275):

$$H_A + H_B + P_1 - P_2 = 0$$

Należy mieć tu na uwadze, że dla danego wypadku obciążenia nie można naogół stosować sposobu uzupełniania obciążenia ramy symetrycznej do symetrii, jak to robiliśmy dla uproszczenia obliczenia siły  $H$  wyżej, przy obciążeniu pionowym.

Pozatem, ogólne metody obliczenia ram znajdują tu całkowicie zastosowanie.



Rys. 275.

Dla przykładu bierzemy ramę przegubową, przedstawioną na rys. 276 i obciążoną poziomo wzdłuż słupów według reguły trójkąta. Jest to układ z jedną wielkością statycznie niewyznaczalną, za którą przyjmujemy parcie poziome  $H$ . Wobec symetrii obciążenia, możemy uważać, że mamy do obliczenia połowę ramy  $ABO$ , utwierdzonej w punkcie  $o$  (rys. 276).