

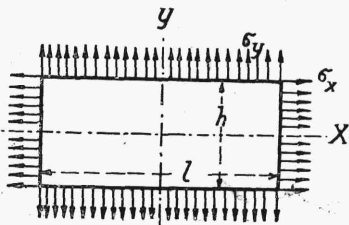
## 2. Wyciąganie i ściskanie dwukierunkowe.

Wszystkie obliczenia poprzedniego paragrafu przeprowadziliśmy w założeniu, że przy wydłużaniu się pręta nie ulegają zmianie wymiary jego przekroju poprzecznego.

Chociaż w obliczeniach technicznych założenie takie nie wywołuje poważniejszych błędów, nie jest ono jednak ściśle, gdyż zarówno badania doświadczalne, jak i głębsze wywody teoretyczne, doprowadzają do wniosku, że, przy wydłużeniu się pręta, jego wymiary poprzeczne ulegają skróceniu.

Stosunek między jednostkowym wydłużeniem  $\epsilon$  a jednostkowym zwężeniem nazywa się liczbą (współczynnikiem) Poisson'a. Liczba ta może być uważana za niezależną od naprężeń dla żelaza ( $\mu=0,28$ ) i stali ( $\mu=0,29$ ), waha się natomiast w dość szerokich granicach dla drzewa, żeliwa i kamieni (por. rozdz. XX, 1). Jest ona zawsze mniejsza od  $\mu=0,5$ .

Weźmy prostopadłościan (uwidoczniony na rys. 97) o długości nieograniczonej (w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku), obciążony równomiernie w kierunku prostopadłym do ścian.



Rys. 97.

Obciążenia jednostkowe, działające równoległe do osi  $OX$  i  $OY$ , niech będą odpowiednio  $q_x = \sigma_x$  i  $q_y = \sigma_y$ . Będą one wywoływały w płaszczyznach równoległych do ścian prostopadłościanu naprężenia normalne, odpowiednio równe  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$ . Jeżeli weźmiemy teraz przekrój nachylony pod kątem  $\varphi$  do osi  $Y$ -ów, wówczas siły, działające

na ściany prostopadłościanu, wywołają naprężenia normalne do przeprowadzonego przekroju, których wielkość może być wyznaczona ze wzoru:

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \varphi + \sigma_y \sin^2 \varphi \quad (130')$$

ustawionego analogicznie do wzoru (130). Z równania tego wynika, że  $\max \sigma$  będzie równe albo  $\sigma_x$  albo  $\sigma_y$  w zależności od tego, które z nich jest większe. Odpowiednio, dla naprężenia stycznego otrzymamy wzór następujący, analogiczny do wzoru (131):

$$\tau = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\varphi - \frac{\sigma_y}{2} \sin 2\varphi \quad (131')$$

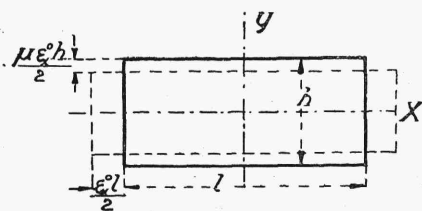
skąd wynika, iż naprężenie

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

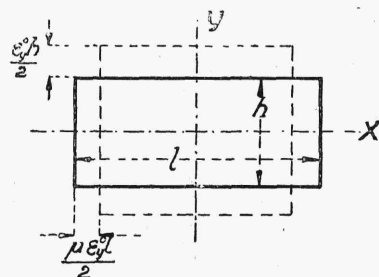
będzie miało miejsce przy  $\varphi = 45^\circ$ .

Pod wpływem naprężeń  $\sigma_x$  przekrój prostopadłościanu otrzyma kształt przedstawiony na rys. 98, pod wpływem zaś naprężeń  $\sigma_y$  kształt przedstawiony na rys. 99.

W pierwszym wypadku przekrój prostopadłościanu w płaszczyźnie rysunku doznałby wydłużenia jednostkowego  $\varepsilon_x^0$  w kierunku osi  $OX$  i zwężenia jednostkowego  $\mu \varepsilon_x^0$  w kierunku osi  $OY$ . W drugim wypadku doznałby on w kierunku osi  $OY$  wydłużenia jednostkowego  $\varepsilon_y^0$ , a w kierunku osi  $OX$  zwężenia jednostkowego  $\mu \varepsilon_y^0$ .



Rys. 98.



Rys. 99.

Oznaczając przez  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_y$  sumaryczne wydłużenia jednostkowe w kierunku osi  $OX$  i  $OY$ , otrzymujemy, że

$$\begin{aligned} l \varepsilon_x &= l \varepsilon_x^0 - l \mu \varepsilon_y^0 \\ h \varepsilon_y &= h \varepsilon_y^0 - h \mu \varepsilon_x^0 \end{aligned} \quad (132)$$

lub też, wobec zależności (113), że

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_y}{E} \quad (133)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_x}{E} \quad (134)$$

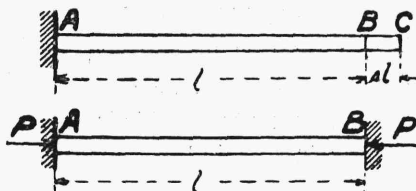
Z równań (133) i (134) dostajemy następujące wzory dla naprężeń przy wyciąganiu lub ściskaniu dwukierunkowym:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y) \quad (135)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x) \quad (136)$$

### 3. Statycznie niewyznaczalne wypadki wyciągania i ściskania.

Bierzemy pręt nieważki utwierdzony w obydwóch końcach (rys. 100). Na pręt ten nie działają żadne siły zewnętrzne. Przypuśćmy, że temperatura środowiska, w którym się pręt znajduje, podniosła się o  $t^0$ . Gdyby



Rys. 100.

pręt był w końcu  $B$  swobodny, to doznałby, pod wpływem zmiany temperatury, wydłużenia:

$$\Delta l = l \cdot t \cdot \alpha \quad (137)$$

gdzie  $\alpha$  jest to współczynnik rozszerzalności danego materiału t. j. wydłużenie jednostkowe pręta z danego materiału przy podniesieniu się temperatury o  $1^0$ .

Ponieważ oba końce pręta są zamocowane i wydłużenie jego nie jest możliwe, muszą w punktach  $A$  i  $B$  powstawać pewne siły ściskające  $P$ , wywołujące skrócenie pręta na tę samą wielkość  $\Delta l$ , na jaką się on wydłużył pod wpływem zmiany temperatury. Skrócenie to równa się:

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot A} \quad (138)$$