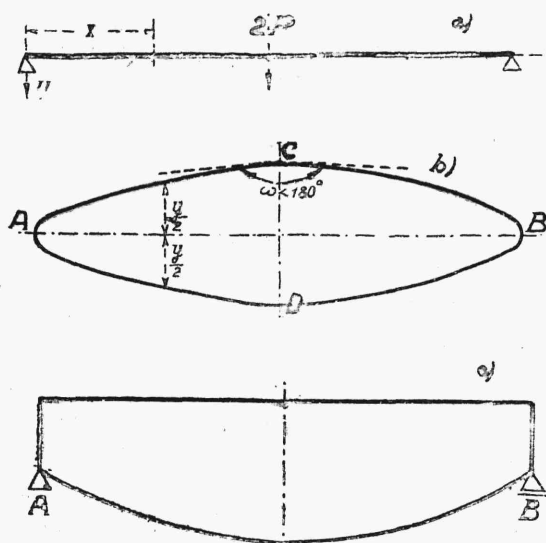


2. Belki o równomiernej wytrzymałości.

Wzory (170) i (171) zostały, wprowadzie, wyprowadzone dla belek pryzmatycznych, jednak można je stosować i do belek o przekroju zmiennym, o ile tylko zmiany przekroju nie odbywają się w sposób nagły. Pozwala to na określenie kształtu belki, w której w każdym przekroju poprzecznym największe napężenie normalne miałyby wielkość stałą.

Weźmy dźwigar w dwóch punktach podparty i obciążony w środku ciężarem $2P$ (rys. 121). Przypuśćmy, że przekrój poprzeczny dźwigara



Rys. 121.

ma kształt prostokąta o szerokości a . Zmienną wysokość przekroju oznaczamy przez y , przyczem wysokość tę dobieramy w ten sposób, aby

$$\frac{M}{W} = \text{const} = R_s \quad (176)$$

Dla M i W w dowolnym przekroju, odległym o x od lewej podpory belki, mamy wzory następujące:

$$M = P \cdot x \quad (177)$$

$$W = \frac{2J}{y} = \frac{a y^3}{12} : \frac{y}{2} = \frac{a y^2}{6} \quad (178)$$

stąd równanie (176) przekształca się w sposób następujący (znaczek przy R w dalszym ciągu opuszczamy):

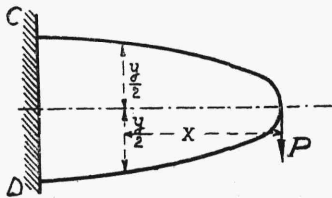
$$\frac{6Px}{ay^2} = R \quad (179)$$

$$y^2 = \frac{6P}{Ra} \cdot x \quad (180)$$

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{3P}{2Ra} \cdot x \quad (180')$$

Z równania (180') wynika, że przecięcie dźwigara płaszczyzną symetrii (widok belki) ma kształt dwóch parabol, z których wierzchołek każdej leży na jednej z podpór i które przecinają się ze sobą pośrodku belki w punktach C i D . Styczne do obydwóch parabol w punkcie C i D tworzą ze sobą pewien kąt ω , mniejszy od 180° (rys. 121b).

Wyżej opisana belka nosi nazwę belki o równomiernej wytrzymałości. Ponieważ technicznie urzeczywistnienie takiej belki nie jest możliwe, wobec tego, że jej wysokość na podporach równa się zero, więc w praktyce nadaje się jej zwykle kształt przedstawiony na rys. 121c. Ten typ dźwigara jest najbardziej zbliżony do belki o równomiernej wytrzymałości i posiada jednocześnie kształt, umożliwiający jego wykonanie i obciążenie. Dźwigar tego rodzaju nosi nazwę półparabolicznego, gdyż zakrzywiona jego część posiada najczęściej kształt paraboli.

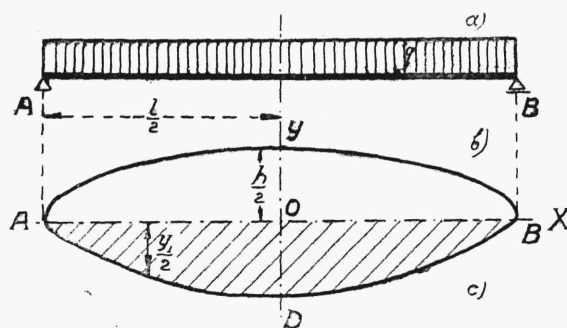


Rys. 122.

Powyższe obliczenie znajduje zastosowanie i przy wyznaczeniu kształtu belki w jednym końcu utwierdzonej, na drugim zaś obciążonej siłą skupioną P , gdyż belka tego rodzaju znajduje się w takich samych warunkach, jak połowa belki z rys. 121. Kształt belki jest przedstawiony na rys. 122.

Przy równomiernym obciążeniu belki (rys. 123) moment zginający wyraża się wzorem:

$$M = \frac{1}{2} qx(l-x) \quad (181)$$



Rys. 123.

Wobec tego, przy poprzednich oznaczeniach,

$$\frac{M}{W} = \frac{1}{2} q (xl - x^2) : \frac{ay^2}{6} = R \quad (182)$$

skąd

$$y^2 = \frac{3q}{aR} (xl - x^2) \quad (183)$$

Przenosimy początek współrzędnych do środka belki, przyczem zależność między nowymi a starymi współrzędnymi wyrazi się zapomocą wzorów:

$$y = y_1 \quad i \quad x = x_1 + \frac{l}{2} \quad (184)$$

Przekształcając, w związku ze wzorami (184), równanie (183), mamy

$$\frac{y_1^2}{h^2} + \frac{x_1^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 1 \quad (185)$$

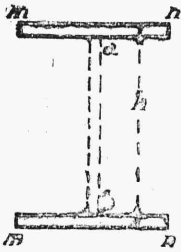
gdzie $h = \sqrt{\frac{3ql^3}{4aR}}$, lub też:

$$\frac{\left(\frac{y_1}{2}\right)^2}{\left(\frac{h}{2}\right)^2} + \frac{x_1^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 1 \quad (185')$$

Stąd wynika, że belka o równomiernej wytrzymałości, przy obciążeniu równomiernem i przekroju prostokątnym, ma kształt elipsy, przedstawionej na rys. 123b.

Kształt ten również nie może być konstrukcyjnie urzeczywistniony, wobec czego musi być zastąpiony przez kształt dźwigara, podobny do przedstawionego na rys. 121c.

Kształt belek o równomiernej wytrzymałości, opisanych wyżej, zmienia się wraz ze zmianą ich przekroju poprzecznego.



Rys. 124.

Przypuśćmy, że belka na dwóch podporach ma przekrój przedstawiony na rys. 124, zwany dwuteowym. Wyobrażamy sobie, że całe pole A powierzchni przekroju zostało skupione w punktach najbardziej oddalonych od środka przekroju, mianowicie, w pasach mn i że ścianka ab odgrywa jedynie rolę łącznika między pasami. Moment bezwładności takiego przekroju wyrażamy wzorem:

$$J = J_1 + A \cdot \left(\frac{y}{2} \right)^2 \quad (186)$$

Pomijając J_1 , moment bezwładności każdego z prostokątów mn względem jego osi obojętnej, jako mały w porównaniu do iloczynu $A \cdot \left(\frac{y}{2} \right)^2$, otrzymujemy dla W wzór następujący:

$$W = \frac{A \cdot \left(\frac{y}{2} \right)^2}{\left(\frac{y}{2} \right)} = \frac{A \cdot y}{2} \quad (187)$$

Odpowiedni kształt belki o równomiernej wytrzymałości wyznaczamy ze wzoru:

$$\frac{M}{W} = \frac{1}{2} \frac{qx(l-x)}{A \cdot \left(\frac{y}{2} \right)} = R \quad (188)$$

z którego wynika, że

$$y = \frac{q}{AR} (xl - x^2) \quad (189)$$

Wprowadzamy nowe współrzędne y_1 i x_1 w następujący sposób:

$$y = \frac{ql^2}{4AR} - y_1 \quad x = x_1 + \frac{l}{2} \quad (190)$$

poczem równanie (189) przybiera postać:

$$y_1 = \frac{q}{AR} \cdot x_1^2 \quad \text{lub} \quad \frac{y_1}{2} = \frac{q}{2AR} \cdot x_1^2 \quad (191)$$

Belka będzie miała kształt paraboliczny.

Rzędne y_1 możemy w połowie odkładać pod osią XX , w połowie zaś nad tą osią, wobec czego belka będzie miała kształt przedstawiony na rys. 123c, (zacięniowana część rysunku). Wierzchołek paraboli będzie tu leżał w środku długości belki, a parabole, odpowiadające górnej i dolnej części belki, będą się przecinały na podporach A i B .

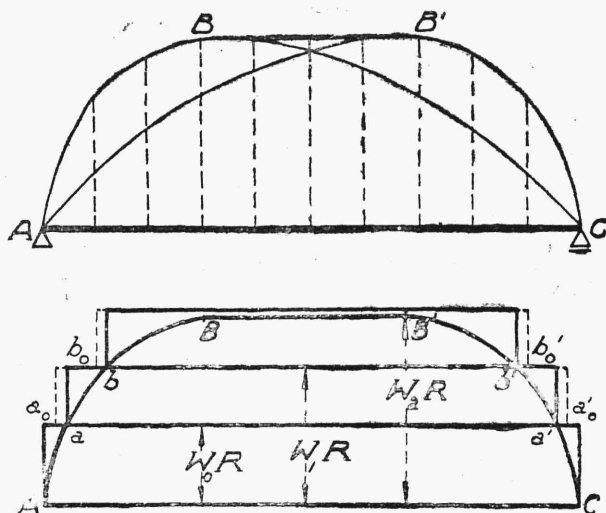
Przy niewielkich rozpiętościach żelaznych belek dwuteowych nie jest dogodnym wycinanie blach pionowych w celu nadania belkom kształtu belek o równomiernej wytrzymałości, co byłoby pożądanem ze względu na oszczędność materiału. Aby belki tego typu czyniły jaknajlepiej zadość warunkowi równomiernej wytrzymałości, zmieniamy zamiast wysokości belki w różnych przekrojach liczbę blach poziomych.

Badanie, jaka liczba blach potrzebna jest w poszczególnych przekrojach odbywa się w następujący sposób:

Dzielimy oś belki na szereg przedziałów (np. 10) i dla otrzymanych tą drogą punktów podziału wykreślamy linie wpływowe momentów zginających. Według tych linii obliczamy $\max M$ we wszystkich przekrojach i odkładamy otrzymane wielkości na odpowiednich rzędnych nad belką (rys. 125).

Krzywa ABC dotyczy, szeregu ciężarów, wchodzącego na belkę z jednej strony, krzywa zaś $A'B'C$ szeregu wchodzącego z drugiej strony.

Wykres największych momentów ograniczamy więc krzywami AB , $B'C$ oraz styczną BB' .



Rys. 125 i 126.

Obliczamy wskaźniki wytrzymałości dla belki dwuteowej danej wysokości bez blach poziomych (W_0), z jedną parą blach poziomych (W_1), z dwiema parami blach poziomych (W_2) i t.d.

Mnożąc otrzymane wskaźniki przez bezpieczne naprężenie R , otrzymamy wartości tych momentów zginających, które wymienione rodzaje przekrojów poprzecznych belki są zdolne wytrzymać. Wartości te odkładamy na wykresie momentów (rys. 126).

Punkty a, b, a', b' przecięcia się wykresu momentów z prostymi, ograniczającymi wielkość WR , wskazują, gdzie na długości belki należy zmienić jej przekrój, aby otrzymać belkę, możliwie blisko odpowiadającą warunkom równomiernej wytrzymałości. Punkty te są właściwie jednak tylko teoretycznymi punktami zmiany przekroju. W rzeczywistości zmiana następować musi tu z takim wyliczeniem, aby w punktach a, b, a', b' dołączone blachy poziome mogły zachowywać się już, jak części jednolitego dwuteowego przekroju belki. W celu więc uzyskania należytego połączenia blach doprowadza się je do punktów a_0, b_0, a'_0, b'_0 , wysuniętych za wyżej wspomniane punkty teoretyczne.

W sposób, podobny do wyżej opisanego, znajdujemy również i punkty zmiany przekrojów poprzecznych belek żelaznobetonowych.

3. Najwłaściwsze przekroje poprzeczne belek.

Już z poprzedniego paragrafu wynika, że kształt belki o równomiernej wytrzymałości zależy między innymi i od kształtu przekroju poprzecznego belki. Dla uzyskania więc największej możliwej oszczędności w zużyciu materiału na daną konstrukcję należy się starać, aby, oprócz najwłaściwszego kształtu w widoku, miała belka również i przekrój poprzeczny najwłaściwszy.

Porównujemy tu ze sobą wytrzymałość belki przy różnych kształtach przekroju, posiadającego stałą wysokość h i stałe pole A . Za miarę wytrzymałości będziemy przyjmowali stosunek $\frac{W}{A}$ t. j. wielkość wskaźnika wytrzymałości, przypadającą na jednostkę pola przekroju, a więc naogół i na jednostkę objętości materiału konstrukcji.

1) Dla koła o średnicy h (wysokość przekroju)

$$W = \frac{\pi}{4} \left(\frac{h}{2} \right)^3 = \sim 0,094 h^3, \quad A = \pi \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^2 \quad (192)$$

$$\frac{W}{A} = 0,125 h \quad (193)$$

2) Dla prostokąta o tem samem polu przekroju, co poprzednio, szerokość przekroju wynosić powinna $a = \frac{A}{h} = \frac{\pi \left(\frac{h}{2} \right)^2}{h}$.