

6. Bezpieczne naprężenia w świetle różnych hipotez, dotyczących wytrzymałości.

W wielu konstrukcjach, wobec braku dostatecznie obfitego materiału doświadczalnego, nie możemy ustalić bezpiecznych naprężeń w równie bezpośredni sposób, jak to miało np. miejsce w przypadku prętów prostych. Mogąc przeważnie porównywać naprężenia, powstające w danej konstrukcji, tylko z naprężeniami przy ściskaniu lub wyciąganiu jednokierunkowym, musimy ustalić, w jakich warunkach dana konstrukcja będzie tak samo bezpieczna, jak pręt wyciągany lub ściskany z tegoż materiału.

Naprężenia bezpieczne dla dwóch różnych ciał sprężystych powinny znajdować się do siebie w tym samym stosunku, w jakim znajduje się ich wytrzymałość.

Będziemy uważali za układy naprężeń równie bezpieczne dwa takie układy, przy których naprężenia, wzrastające proporcjonalnie, jednocześnie doprowadzają dwa ciała, w których powstały, do zniszczenia, t. j. do rozerwania lub do granicy plastyczności. Istnieje szereg teorii, zawierających różne poglądy na okoliczności, w jakich dwa ciała sprężyste należy uważać za jednakowo wytrzymałe ¹⁾.

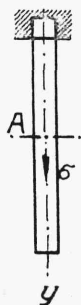
Weźmy więc np. pręt (*A*), wyciągany jednokierunkowo (rys. 180), i prostopadłościan (*a*), wyciągany dwukierunkowo (rys. 181).

Według teorii największych naprężeń, oba ciała *A* i *a* są jednakowo bezpieczne wówczas, kiedy naprężenie σ dla ciała *A* będzie równe większemu z naprężeń σ_x lub σ_y dla ciała *a* ($\max \sigma^A = \max \sigma^a$).

2 Według teorii największych wydłużeń, ciała *A* i *a* należy uważać za jednakowo bezpieczne, o ile jednostkowe wydłużenie ϵ ciała *A* będzie się równało większemu z wydłużeń ϵ_x lub ϵ_y ciała *a* ($\max \epsilon^A = \max \epsilon^a$).

Przechodząc do naprężeń, będziemy tu mieli (por. rozdz. V, 2):

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) \quad \text{lub} \quad \sigma = \sigma_x - \mu \cdot \sigma_y \quad (286)$$



3 Według teorii największych naprężeń stycznych, warunkiem jednakowego bezpieczeństwa ciał *A* i *a* jest, aby największe naprężenie styczne dla *A*, t. j. $\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}$ i największe naprężenie

styczne dla *a* czyli $\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$ były sobie równe ($\max \tau^A = \max \tau^a$).

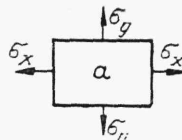
Przechodząc do naprężeń normalnych, będziemy więc tu mieli zależność (por. rozdz. V, 2):

$$\frac{\sigma}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \quad (286')$$

Rys. 180.

¹⁾ Obszerniej o tem np. w dziele: S. Timoshenko and J. M. Lessels „Applied Elasticity“, 1925 str. 497.

Z pośród wymienionych teoryj pierwsza uważana jest obecnie naogół za przestarzałą, druga jest dotąd stosowana w najszerzych rozmiarach, trzecia zaś zyskuje stopniowo prawo obywatelstwa w teorii i praktyce, gdyż znajduje poważne uzasadnienie doświadczalne.



Rys. 181.

Rywalizuje z nią teoria nazwana przez proponującego ją prof. M. T. Hubera „hipotezą największego odkształcenia postaciowego“¹⁾.

Omówimy tu podane wyżej wzory w związku ze zjawiskiem zginania (por. wzór 284); zaczynamy od bezpiecznych naprężeń stycznych.

Bierzemy nieskończenie mały prostokąt $abb'a'$ (rys. 133, na str. 118), wycięty z belki zginanej AB .

W myśl teorii największych naprężeń, bezpieczne naprężenie przy ścinaniu powinno się równać bezpiecznemu naprężeniu przy wyciąganiu pręta A (rys. 180). Mamy więc:

$$R_t = R_w \quad (287)$$

gdzie R_t jest to bezpieczne naprężenie styczne.

Ponieważ prostokąt $abb'a'$ znajduje się, pod względem sił stycznych, w warunkach prostokąta, przedstawionego na rys. 103 (str. 91), więc największe jego jednostkowe wydłużenie wyrazi się wzorem (151) z rozdz. VI, 1, przy czem rolę sił p odegrają tu bezpieczne naprężenia styczne R_t . Wydłużenie to będzie się więc równało:

$$\varepsilon_1 = \frac{R_t (1 + \mu)}{E}$$

Ponieważ zaś jednostkowe wydłużenie w pręcie wyciąganym A jest $\varepsilon_2 = \frac{R_w}{E}$, więc hipoteza największych wydłużeń doprowadza w tym wypadku do wzoru następującego:

$$\frac{R_t (1 + \mu)}{E} = \frac{R_w}{E}$$

¹⁾ Vid. Prof. M. T. Huber „Właściwa praca odkształcenia, jako miara wyteżenia materiału“, 1904. „O podstawach teorii wytrzymałości“, 1904, oraz artykuł tegoż autora p. t. „Sprężystość i wytrzymałość“ w „Podręczniku inżynierskim“ prof. S. Bryły.

Przyjmując współczynnik Poisson'a za równy $\mu = 0,33$, otrzymujemy stąd dla bezpiecznego naprężenia stycznego przy zginaniu wzór:

$$R_t = 0,75 R_w \quad (288)$$

Wreszcie, w myśl teorii największych naprężeń stycznych, znajdujemy na podstawie wzoru na str. 86, że wobec $\tau_{\max} = R_t$, $\sigma_x = R_w$ i $\sigma_y = 0$ bezpieczne naprężenie na ścinanie przy zginaniu równa się:

$$R_t = 0,5 R_w \quad (289)$$

Do analogicznych wzorów dla naprężeń bezpiecznych dojdziemy i przy skręcaniu. Ustawienie ich w tym wypadku opiera się na rozpatrzeniu warunków pracy prostokąta $abcd$ na powierzchni pręta skręcanego (rys. 182) w podobny sposób, jak były rozpatrzone wyżej warunki pracy prostokąta $abb'a'$, wyjątego z pręta zginanego (rys. 133).

Obliczenie naprężeń normalnych przy zginaniu, w razie zastosowania teorii największych naprężeń, odbywa się według wzoru:

$$\sigma_{\max} \leq R_w \quad (290)$$

Stosując teorię największych wydłużeń, znajdujemy wzór:

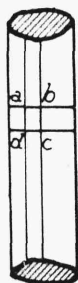
$$\sigma_{\max} - \mu \cdot \sigma_{\min} \leq R_w \quad (291)$$

Wstawiając tu zamiast naprężeń wartości ich ze wzorów (280) z rozdz. VIII, 4, otrzymujemy przy $\mu = 0,30$ i przy σ i τ obliczonych w rozdz. VII, 1 i 4:

$$0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq R_w \quad (292)$$

Według teorii największych naprężeń stycznych mamy wreszcie:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq R_w \quad (293)$$



Jeżeli w obliczeniu belki zginanej ograniczamy się do wyznaczenia największych naprężeń normalnych, działających równoległe do osi belki, to wówczas korzystamy ze wzoru (290).

Przy obliczeniu naprężeń głównych (ukośnych) za naprężenia bezpieczne uważamy te, które odpowiadają wzorom (292) lub (293). Naprężenia obliczone w ten sposób mogą być większe od naprężeń otrzymanych ze wzoru $\sigma = \frac{M}{W}$, ma to jednak zwykle

Rys. 182. miejsce tylko w belkach o przekrojach nieprostokątnych, np. dwuteowych. W tym ostatnim wypadku największe naprężenia główne powstają w punktach, w których pasy belki łączą się ze ściankami.

Jeżeli naprężenia styczne przy zginaniu nie przekraczają $0,6R_w$, to nawet w belkach dwuteowych naprężenia główne nie bywają naogół większe od zwykłych naprężeń normalnych i w tych wypadkach przeważnie można naprężeń głównych wogóle nie obliczać.

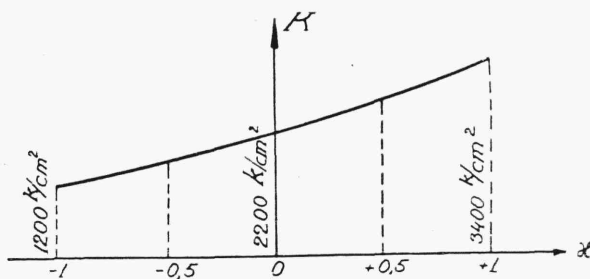
7. Zmęczenie metali.

Zauważono, że gdy naprężenia normalne, działające w danym pręcie, ulegają wahaniom, wówczas rozerwanie pręta następuje przy naprężeniu mniejszym od wytrzymałości materiału, z którego pręt został wykonany. Zjawisko to nazywamy zmęczeniem metali.

Najważniejsze doświadczenia nad zmęczeniem metali wykonał Wöhler (1870 r.), dzięki któremu zjawisko daje się ująć w prawo następujące:

Wartość bezwzględna większego z naprężeń granicznych, między którymi waha się naprężenie normalne pręta z żelaza lub stali, tem bliższą jest granicy wytrzymałości, im bliższym jest do jedności stosunek między temi naprężeniami.

Zjawisko może być przedstawione zapomocą wykresu podanego na rys. 183. Z wykresu tego wynika, że przy wytrzymałości materiału



Rys. 183.

$K = 3400 \text{ k/cm}^2$ naprężenie, przy którym nastąpi rozerwanie pręta, równa się $K_1 = 2200 \text{ k/cm}^2$, o ile stosunek naprężeń granicznych x równa się 0, t. j. o ile miały miejsca wahania naprężeń od 0 do 2200 k/cm^2 ; przy $x = -1$, t. j. przy wahaniami naprężeń od 1200 k/cm^2 do -1200 k/cm^2 (ściskanie) rozerwanie następuje przy $K_1 = 1200 \text{ k/cm}^2$ i t. d. ¹⁾.

Wykres należy rozumieć w ten sposób, że przy wszelkiej możliwej liczbie zmian w naprężeniach, działających na pręt, naprężenia, przy których ma nastąpić rozerwanie, nie będą mniejsze od naprężeń K_1 , odpowiadających w wykresie danemu x .

¹⁾ Por. A. Flamant, „Stabilité des constructions. Résistance des matériaux“.