

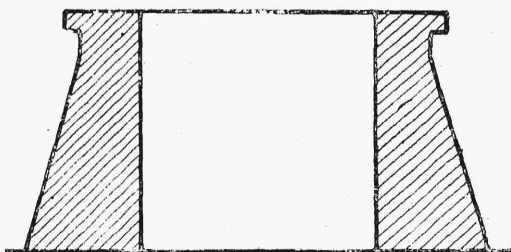
a naprężenia południkowe (dla pierwszego przybliżenia) ze wzoru:

$$\sigma'' = \frac{M_x z}{J_z} = EJ_z \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \cdot \frac{z}{J_z} = \frac{2 A_1 z E}{H^2} \quad (1091)$$

gdzie  $M_x$  wyznaczamy ze wzoru (1080) a gdzie  $z$  oznacza odległość krawędzi ściany od środka ciężkości przekroju poziomego danego odcinka ściany.

W razie prostokątnego przekroju ściany, przyjmujemy dla  $w$  wzór następujący:

$$w = A_1 + A_2 x + A_3 x^2 \quad (1092)$$



Rys. 469.

Niektóre zbiorniki posiadają u góry mocne pierścienie (rys. 469), które przeszkadzają przesuwaniu się górnych części ściany. W takich wypadkach należy uważać, że wycinki południkowe, któreśmy dotąd uważali za utwierdzone w jednym końcu, są o ten pierścień podparte.

## 6. Kopuły cienkościenne o kształcie ciał obrotowych.

Obliczenie statyczne kopuł, przy uwzględnieniu wszystkich warunków ich pracy, natrafia na poważne trudności matematyczne, wobec czego w obliczeniach przeznaczonych dla celów technicznych zmuszeni jesteśmy najczęściej uciekać się do różnych uproszczeń, zależnych od rodzaju budowli, kształtu kopuły i jej obciążenia.

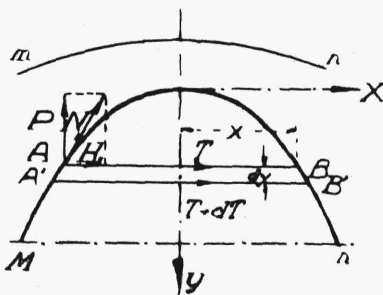
A więc, w razie kopuły cienkościennej np. żelaznej, możemy niekiedy przyjąć, że naprężenia normalne rozkładają się na całej grubości kopuły w sposób równomierny i że kopuła jest na obwodzie swobodnie podparta.

Gdy mamy do czynienia z kopułą, której grubość jest znaczna w stosunku do promieni krzywimy, a która jest wykonana z materiału o własnościach sprężystych mniej zbadanych, np. z muru ceglanego, stosujemy najczęściej metodę równowagi granicznej (vid. § 8, niniejszego rozdz.).

Wreszcie, bywają przypadki, gdy nie możemy ani stosować do kopuły metody równowagi granicznej, ani też uważać jej za cienkościenną; w tych przypadkach musimy uciekać się do kłopotliwego wyznaczenia momentów zginających w kopule, co robimy zwykle również na podstawie pewnych założeń upraszczających (vid. § 7 niniejszego rozdz.). Ma to miejsce np. w niektórych konstrukcjach żelazobetonowych.

Założenie, że naprężenia normalne rozkładają się w kopule równomiernie na całej jej grubości jest równoznaczne z założeniem, że obciążenie kopuły nie wywołuje w niej momentów zginających, czyli, że siły wewnętrzne działają tu jedynie w kierunku stycznym do powierzchni środkowej. Pomijamy tu najczęściej również i naprężenia styczne do przekrojów kopuły.

Przypuśćmy, że  $P_\varphi$  jest to wypadkowa symetrycznego obciążenia kopuły ponad pewnym przekrojem równoleżnikowym  $AB$ , przyczem krzywa  $mn$  przedstawia na rys. 470 krzywą obciążenia. Siła pionowa, przypadająca na jednostkę obwodu przekroju równoleżnikowego  $AB$  (rys. 470), równać się wówczas będzie:



Rys. 470.

$$P = \frac{P_\varphi}{2\pi x}$$

gdzie  $x$  jest to promień obwodu. Składowe siły  $P$ , styczna do przekroju południkowego i pozioma, wynoszą odpowiednio na jednostkę obwodu:

$$N_1 = \frac{P_\varphi}{2\pi x \sin \varphi} \quad (1093)$$

$$H_1 = \frac{P_\varphi \operatorname{ctg} \varphi}{2\pi x} \quad (1094)$$

a naprężenie normalne, mające kierunek styczny do południka, będzie się tu równało:

$$\sigma_N = \frac{P_\varphi}{2\pi ax \sin \varphi} \quad (1094')$$

gdzie  $a$  oznacza grubość kopuły.

Wycinamy dwiema płaszczyznami równoleżnikowymi  $AB$  i  $A'B'$  pierścien  $ABB'A'$  (rys. 470) o wysokości  $dy$ . W płaszczyźnie  $AB$  oddziaływa-

nie górnej części kopuły na dolną wyraża się równomiernie rozłożonemi wzdłuż obwodu siłami  $H_1$  (wzór 1094) a odpowiednio do tego w płaszczyźnie  $A'B'$  działanie górnej części kopuły na dolną wyraża się siłami:

$$H_1 + dH_1 = \frac{(P_\varphi + dP_\varphi) \operatorname{ctg}(\varphi + d\varphi)}{2 \pi x} \quad (1095)$$

Te ostatnie siły wywołują równe sobie, co do wielkości reakcje dolnej części kopuły, poniżej przekroju  $A'B'$ , na górną. W ten sposób pierścień  $ABB'A'$  znajduje się pod działaniem równomiernie rozłożonych sił  $H_1$  oraz sił  $H_1 + dH_1$ , które różnią się od siebie, co do zwrotu. W rezultacie otrzymujemy więc, że pierścień  $ABB'A'$  znajduje się pod działaniem równomiernie rozłożonych sił  $dH_1$ , działających w płaszczyźnie równoleżnikowej kopuły, w kierunku promieni równoleżnika. Siły te wywołują w pierścieniu siły  $dT$ , styczne do jego osi, normalne do płaszczyzn południkowych i równomiernie rozłożone wzdłuż obwodu pierścienia.

Siły  $dT$  wyznaczyć możemy ze wzoru (1056) dla naczyń cienkościennych, zakładając w nim  $\rho'' = \infty$ , t.j. uważając pierścień  $ABB'A'$  za pierścień cylindryczny, co wobec nieskończenie małej jego wysokości nie może spowodować błędów. Mamy więc na podstawie wzoru (1056), że

$$dT = x \cdot dH_1 \quad (1096)$$

Siła  $dT$  działa na odcinek południka równy  $ds$ , wobec czego na jednostkę jego długości działa siła:

$$T_1 = \frac{dT}{ds}$$

która wywołuje w kopule naprężenie równoleżnikowe równe:

$$\sigma_T = \frac{T_1}{a} = \frac{dT}{ads} \quad (1097)$$

Odejmując od siebie równania (1095) i (1094), przedstawimy siłę  $dH_1$ , jako funkcję  $P_\varphi$  i  $\varphi$ , poczem ze wzoru (1096) wyznaczmy  $dT$ .

Wstawiając otrzymaną w ten sposób wartość  $dT$  we wzór (1097), dochodzimy do wzoru (1098), wyrażającego naprężenie równoleżnikowe  $\sigma_T$  (prostopadłe do płaszczyzny południka):

$$\begin{aligned}
 \sigma_T &= \frac{dT}{a ds} = \frac{1}{2\pi a} \frac{1}{ds} \left[ (P_\varphi + dP_\varphi) \operatorname{ctg}(\varphi + d\varphi) - P_\varphi \operatorname{ctg} \varphi \right] = \\
 &= \frac{1}{2\pi a ds} \left[ P_\varphi \operatorname{ctg}(\varphi + d\varphi) + dP_\varphi \operatorname{ctg}(\varphi + d\varphi) - P_\varphi \operatorname{ctg} \varphi \right] = \\
 &= \frac{1}{2\pi a ds} \left\{ P_\varphi \left[ \operatorname{ctg}(\varphi + d\varphi) - \operatorname{ctg} \varphi \right] + dP_\varphi \operatorname{ctg}(\varphi + d\varphi) \right\} = \\
 &= \frac{1}{2\pi a ds} \left\{ P_\varphi d \operatorname{ctg} \varphi + dP_\varphi \operatorname{ctg} \varphi \right\} = \frac{1}{2\pi a} \cdot \frac{d(P_\varphi \operatorname{ctg} \varphi)}{ds} \quad (1098)
 \end{aligned}$$

Jeżeli w przekroju kopuły  $AB$  działają naprężenia równoleżnikowe  $\sigma_T$  odpowiadające siłom  $T$ , to w płaszczyźnie  $A'B'$  działają naprężenia  $\sigma_T + d\sigma_T$ , odpowiadające siłom  $T + dT$ .

Bierzemy, dla przykładu, kopułę kulistą, obciążoną ciężarem własnym, równym  $q$  na jednostkę powierzchni kopuły.

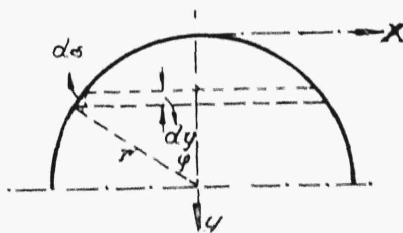
Dla osi współrzędnych, przedstawionych na rys. 471 mamy, że:

$$x = r \sin \varphi \quad y = r(1 - \cos \varphi) \quad (1099)$$

$$ds = r d\varphi$$

Przy równej grubości całej kopuły  $a$  ciężar  $P_\varphi$ , przypadający na kopułę powyżej pewnego przekroju równoleżnikowego, równa się:

$$P_\varphi = 2r\pi y q = 2r^2\pi q(1 - \cos \varphi)$$



Rys. 471.

Stosując dla danej kopuły wyprowadzone wyżej wzory (1094') i (1098), otrzymujemy dla naprężeń południkowych i równoleżnikowych odpowiednio wzory następujące:

$$\sigma_N = \frac{N_1}{a} = \frac{2r^2\pi q(1 - \cos \varphi)}{2ra\pi \sin^2 \varphi} = \frac{qr}{a(1 + \cos \varphi)} = \frac{qr^2}{(2r - y)a} \quad (1100)$$

$$\begin{aligned}\tau_T &= \frac{T_1}{a} = \frac{2r^2 \pi q}{2a\pi} \cdot \frac{d[(1 - \cos\varphi) \operatorname{ctg}\varphi]}{rd\varphi} = \\ &= \frac{-1 + 2\cos\varphi - \cos^3\varphi}{a \sin^2\varphi} q r = \frac{\cos 2\varphi + \cos^3\varphi}{a(1 + \cos\varphi)^2} \cdot q r = \\ &= \frac{q(r^2 - 3ry + y^2)}{a(2r - y)} \quad (1101)\end{aligned}$$

Wzory (1100) i (1101) dają nam dla szczególnych wartości kąta  $\varphi$  wartości następujące:

$$\begin{aligned}\text{przy } \varphi = 0 \quad \text{mamy, że: } \sigma_N &= \sigma_T = \frac{qr}{2a} \text{ (ściskanie)} \\ \text{" } \varphi = 90^\circ \quad \text{" } \sigma_N &= \frac{qr}{a} \text{ (ściskanie)} \\ \text{" } \text{" } \text{" } \sigma_T &= -\frac{qr}{a} \text{ (wyciąganie)} \\ \text{" } \varphi = 51^\circ 49' \quad \sigma_T &= 0, \text{ co odpowiada zmianie znaku.}\end{aligned}$$

Obliczenie kopuł, jako cienkościennych, może być niekiedy stosowane i do kopuł żelazobetonowych, pod warunkiem jednak, że dopuszczone naprężenia nie będą przekraczały połowy naprężeń dopuszczalnych dla płaskich konstrukcyj żelazobetonowych i że uzbrojenie kopuł nie będzie wynosić mniej, niż 0,6‰ przekroju <sup>1)</sup>.

## 7. Wyznaczenie momentów zginających w kopułach kulistych.

W razie, gdy mamy do czynienia z kopułą kulistą, naprężenia zginające mogą być w niej wyznaczone drogą kolejnych przybliżeń, z których za pierwsze przyjmujemy rezultat obliczenia podanego w paragrafie poprzednim. Aby zadanie sobie ułatwić, zakładamy, że grubość kopuły jest stała i mała w porównaniu do promienia kopuły i że kopuła jest przesuwana wzdłuż całego obwodu podparcia (rys. 472).

Wycinamy nieskończenie małą część kopuły  $ABCD$  (rys. 473) za pomocą dwóch płaszczyzn południkowych, nachylonych względem siebie pod nieskończenie małym kątem  $d\theta$  (rys. 474) i za pomocą dwóch powierzchni stożkowych, nachylonych względem siebie o kąt  $d\varphi$  (rys. 472 i 475).

<sup>1)</sup> F. Emperger „Handbuch f. Eisenbetonbau“ V Bd. III Aufl. str. 134.