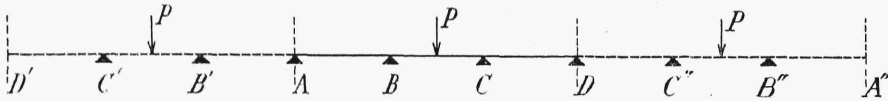


$$\frac{l}{6 EJ} (2 M_A + M_B) = 0$$

Ostatnie z tych dwu równań moglibyśmy również ustawić i drogą uzupełnienia belki ciągłej do symetrii względem przekrojów utwierdzenia podług rys. 404, co jest możliwe dlatego, że zarówno przed wspomnianem



Rys. 404.

uzupełnieniem, jak i po niem, przekroje A i D nie będą się tu obracały. Ustawiając równania trzech momentów dla podpór B' , A i B i mając na uwadze, że ze względów symetrii $M_{B'} = M_B$, otrzymujemy, jak poprzednio:

$$2 M_A + M_B = 0$$

Z przytoczonych przykładów wynika, że do zastosowania poszczególnych twierdzeń o energii sprężystej trzeba uprzednio wykonać szereg obliczeń przygotowawczych, w większości wypadków identycznych prawie z temi, które prowadzą do obliczenia odkształceń lub wielkości statycznie niewyznaczalnych bezpośrednią drogą geometrycznego dodawania odkształceń. Równania dotyczące energii sprężystej pozwalają na zwięzłe ujęcie i wyłożenie różnych rodzajów obliczeń statycznych, jednak oparte na nich obliczenia pozbawiają okazji do przemyślenia odkształceń danej konstrukcji.

7. Energia sprężysta a praca sił zewnętrznych.

Zaczepiamy do pręta w dostateczny sposób podpartego siłę P . Gdyby siła ta wzrastała do swej wartości ostatecznej w sposób ciągły i powolny, poczynając od zera, wówczas przesunięcie punktu jej zaczepienia wzrastałoby bez drgań do swej największej wartości v . Jeżeli jednak siła P posiada wartość niezmienną skończoną, zaczepienie jej wywołać musi wahanie punktu zaczepienia około pewnego położenia równowagi, które się ostatecznie ustali, jako odpowiadające danej sile (por. rozdz. I, 5 i XVII, 1).

gdzie x i x_1 oznaczają odpowiednio odległości pewnego przekroju przęśła AB lub BC od podpory A lub B .

Wielkości statycznie niewyznaczalne M_A i R obliczamy z układu dwóch następujących równań, wyrażających w danym wypadku twierdzenie Ménabréa'i:

$$\frac{\partial V}{\partial M_A} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial R} = 0$$

Po zróżniczkowaniu więc wyrażenia dla energii sprężystej odpowiednio względem M_A i R otrzymujemy:

$$\int_0^l \left(M_A + Rx - \frac{P}{2} x \right) dx + \int_0^l \left(M_A + Rl - \frac{P}{2} l - \frac{Px_1}{2} \right) dx_1 = 0$$

$$\int_0^l \left(M_A + Rx - \frac{P}{2} x \right) x dx + \int_0^l \left(M_A + Rl - \frac{P}{2} l - \frac{Px}{2} \right) l dx = 0$$

co odpowiada równaniom:

$$24 M_A + 16 Rl - 9 Pl = 0$$

$$48 M_A + 40 Rl - 23 Pl = 0$$

z których otrzymujemy:

$$R = \frac{5}{8} P \quad M_A = \frac{1}{24} Pl$$

Do tych wyników stosunkowo prędzej dojść możemy, postępując w myśl wskazówek podanych w rozdz. XI,7, t. j. ustawiając równanie trzech momentów dla podpór A, B, C oraz równanie

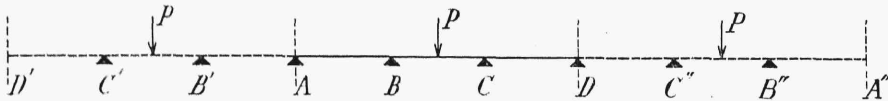
$$\varphi_A = 0$$

Równania te przybrałyby w danym wypadku postać:

$$M_A \cdot l + 2 M_B (l + l) + M_C \cdot l = -6 \frac{Pl^2}{16}$$

$$\frac{l}{6 EJ} (2 M_A + M_B) = 0$$

Ostatnie z tych dwu równań moglibyśmy również ustawić i drogą uzupełnienia belki ciągłej do symetrii względem przekrojów utwierdzenia podług rys. 404, co jest możliwe dlatego, że zarówno przed wspomnianem



Rys. 404.

uzupełnieniem, jak i po niem, przekroje A i D nie będą się tu obracały. Ustawiając równania trzech momentów dla podpór B' , A i B i mając na uwadze, że ze względów symetrii $M_{B'} = M_B$, otrzymujemy, jak poprzednio:

$$2 M_A + M_B = 0$$

Z przytoczonych przykładów wynika, że do zastosowania poszczególnych twierdzeń o energii sprężystej trzeba uprzednio wykonać szereg obliczeń przygotowawczych, w większości wypadków identycznych prawie z temi, które prowadzą do obliczenia odkształceń lub wielkości statycznie niewyznaczalnych bezpośrednią drogą geometrycznego dodawania odkształceń. Równania dotyczące energii sprężystej pozwalają na zwięzłe ujęcie i wyłożenie różnych rodzajów obliczeń statycznych, jednak oparte na nich obliczenia pozbawiają okazji do przemyslenia odkształceń danej konstrukcji.

7. Energia sprężysta a praca sił zewnętrznych.

Zaczepiamy do pręta w dostateczny sposób podpartego siłę P . Gdyby siła ta wzrastała do swej wartości ostatecznej w sposób ciągły i powolny, poczynając od zera, wówczas przesunięcie punktu jej zaczepienia wzastałoby bez drgań do swej największej wartości v . Jeżeli jednak siła P posiada wartość niezmienną skończoną, zaczepienie jej wywołać musi wahanie punktu zaczepienia około pewnego położenia równowagi, które się ostatecznie ustali, jako odpowiadające danej sile (por. rozdz. I, 5 i XVII, 1).