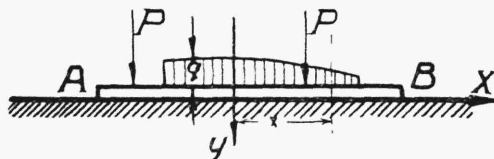


8. Belka na sprężystym podłożu.

Nazywając pewne podłoże sprężystym, przypisujemy mu następujące własności.

Jeżeli na jednostkę powierzchni podłoża działa obciążenie o wypadkowej p , to w punkcie zaczepienia tej wypadkowej podłoże usunie się na głębokość y , przyczem zależność między p i y wyraża się wzorem:

$$p = k \cdot y \quad (444)$$



Rys. 244.

Współczynnik k może być zmienny lub stały na danej

przestrzeni, w każdym jednak razie wielkość $y_1 = \frac{p_1}{k_1}$ w jednym miejscu podłoża nie może zależeć od wielkości $y_2 = \frac{p_2}{k_2}$ w drugim jego miejscu.

Jeżeli na belkę AB , leżącą na sprężystym podłożu, działają siły skupione P i obciążenie ciągłe q , wówczas siła poprzeczna w pewnym punkcie belki równa się (rys. 244):

$$T = T_0 - \Sigma P + \int_0^x (p - q) dx \quad (445)$$

gdzie T_0 oznacza siłę poprzeczną, odpowiadającą początkowi współrzędnych. Różniczkując wzór (445), otrzymujemy:

$$\frac{dT}{dx} = p - q \quad (446)$$

Ponieważ $T = \frac{dM}{dx}$, więc wzór (446) przybiera postać następującą:

$$\frac{d^2M}{dx^2} = p - q \quad (447)$$

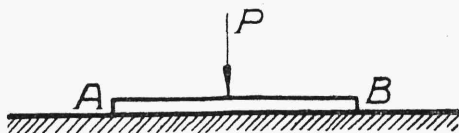
Wstawiając wzór (447) w ogólne równanie odkształconej:

$$EJ \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = - M$$

otrzymujemy ostatecznie równanie belki zginanej na podłożu sprężystym:

$$EJ \cdot \frac{d^4y}{dx^4} - q = - ky \quad (448)$$

W praktyce inżynierskiej zdarzają się najczęściej następujące wypadki belek na sprężystym podłożu, mianowicie, na ziemi sprężystej:



Rys. 245.

powiada obciążeniu dna suchego doku lub podkładu kolejowego (rys. 246);



Rys. 246.



Rys. 247.

1) belka obciążona siłą skupioną w środku (rys. 245). Odpowiada to przypadkowi słupa stojącego na płycie;

2) belka obciążona siłami skupionymi, zaczepionymi symetrycznie do środka belki, co od-

powiada obciążeniu płyty przez przyczółek lub mur podporowy (rys. 247).

W zastosowaniu do pierwszych dwóch wypadków belek na sprężystym podłożu (przy $q = 0$) równanie (448) ma następującą całkę ogólną:

$$y = C_1 e^{ax} \cos ax + C_2 e^{ax} \sin ax + C_3 e^{-ax} \cos ax + C_4 e^{-ax} \sin ax \quad (449)$$

$$\text{gdzie } a = \sqrt{\frac{k}{4 EJ}}$$

W pierwszym wypadku np. stałe całkowania można obliczyć z następujących warunków brzegowych, uważając, że początek współrzędnych znajduje się pod ciężarem:

$$1) \text{ przy } x = \frac{l}{2}, M = 0, y'' = 0$$

$$2) \text{ przy } x = \frac{l}{2}, T = 0, y''' = 0$$

$$3) \text{ przy } x = 0, y' = 0$$

$$4) \text{ przy } x = 0, T = -\frac{P}{2}, y''' = -\frac{P}{2 EJ}$$

Samo wyznaczenie stałych C wymaga nieraz znużającego bardzo rachunku, tak że często nie jesteśmy w możności skorzystania w obliczeniach technicznych z równania belki na sprężystym podłożu ¹⁾. W niektórych wypadkach udaje się drogą obliczeń przybliżonych otrzymać tu dostatecznie dobre rezultaty. Obliczenie przybliżone belki na podłożu sprężystym podane jest w rozdz. XVI.

Druga trudność w posilkowaniu się równaniem (446) i następniemi polega na konieczności ustalenia wartości współczynnika k , która waha się naogół w bardzo szerokich granicach. Wynosi ona np. dla zbitego nasypu kolejowego około 5 k/cm^3 ²⁾.

¹⁾ Szereg zadań, mających praktyczne znaczenie, podany jest w pracy japońskiego uczonego K. Hayashi'ego p. t. „*Teorie des Trägers auf elastischer Unterlage*“, 1921.

²⁾ Prof. A. Wasiutyński „*Drogi żelazne*“, 1925, str. 290.