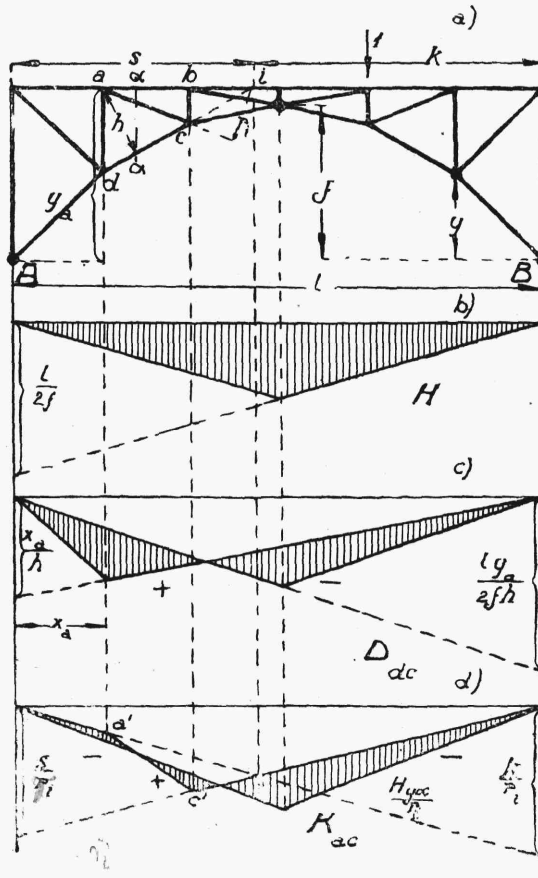


Zaznaczyć należy, iż kratownice wewnętrznie statycznie niewyznaczalne bywają stosunkowo rzadko stosowane w budownictwie, zwłaszcza w budowlach poważniejszych, natomiast szerokie zastosowanie znajdują tu kratownice statycznie niewyznaczalne pod względem podpór, jak dwuprzegubowe łukowe i ciągłe.

7. Kratownice łukowe i ciągłe.

Kratowy łuk trójp przegubowy ma tę samą linię wpływową dla parcia poziomego, co pełny łuk przegubowy. Dla łuku na rys. 376 ma ona kształt przedstawiony na rys. 376b (por. rozdz. XIII,8).



Rys. 376.

Aby otrzymać linię wpływową dla odcinka dc dolnego pasa kratownicy, robimy przekrój aa' i ustawiamy równania momentów sił, działających na lewą część łuku, względem punktu a :

$$M_a - H \cdot y_a - D_{dc} \cdot h = 0$$

gdzie M_a oznacza moment zginający, obliczony, jak dla przekroju ad belki pełnej AB swobodnie podpartej. Stąd:

$$D_{dc} = \frac{1}{h} (M_a - Hy_a) \quad (665)$$

Poszukiwaną linję wpływową otrzymamy więc drogą dodawania do siebie zmniejszonych w stosunku $\frac{1}{h}$ rzędnych momentów M_a i $-Hy$. Wykonane to zostało na rys. 376c.

Pole zawarte między linjami dla $\frac{M}{h}$ i $\frac{Hy}{h}$ oznacza pole linii wpływowej dla D_{dc} . W analogiczny sposób znajdujemy linję wpływową dla odcinków górnego pasa (G).

Aby wykreślić linję wpływową dla krzyżulca ac , znajdujemy przede wszystkim punkt i przecięcia się odcinków pasa ab i dc .

W dalszym ciągu ustawiamy równanie momentów sił, działających na lewą oraz na prawą od przekroju aa część łuku, względem i . Mamy stąd:

$$K_{ac} = \frac{1}{r_i} (A \cdot s - H \cdot y_a) \quad (666)$$

$$K_{ac} = \frac{1}{r_i} (B \cdot k - Hy_a) \quad (667)$$

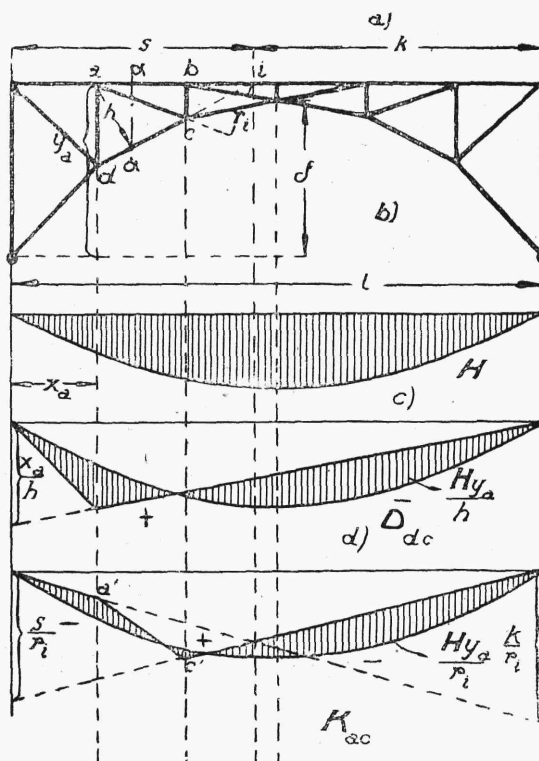
przyczem równanie (666) odpowiada znajdowaniu się ciężaru 1 między punktem b a prawą podporą B , zaś równanie (667) ma zastosowanie, gdy ciężar 1 znajduje się między A i a .

Wykreślamy na tym samym rysunku (rys. 376d) linję wpływową dla reakcyj A i B , zmienionych w stosunku $\frac{s}{r}$ i $\frac{k}{r}$, oraz linję $\frac{Hy}{r}$. W prawej części łuku (część Bb) rzędne linii wpływowej będą zawarte między linją dla $\frac{As}{r}$ i dla $\frac{ly}{2fr}$ (czyli $\frac{Hy}{r}$), w lewej zaś części między linją $\frac{Bk}{r}$ i $\frac{ly}{2fr}$ (czyli $\frac{Hy}{r}$). Na przestrzeni przedziału ab linja wpływowa będzie miała kształt prostolinjowy.

O ile punkt i znajduje się w prawej połowie łuku, wówczas zmienia się kształt linii wpływowej, lecz sposób rozumowania zmianie nie ulega.

Linję wpływową dla słupa bc znajdujemy drogą takiego samego rozumowania, jak linję K_{ac} , z tą tylko różnicą, że przekrój prowadzimy w tym wypadku przez słup.

Dwuprzegubowy łuk kratowy (rys. 377) jest układem statycznie niewyznaczalnym, przyczem za niewiadomą nadliczbową możemy przyjąć tu parcie poziome H . Zastępując przegubową podporę B przez podporę przegubowo-przesuwną i zaczepiając do niej siłę H , dochodzimy do schematu kratownicy belkowej.



Rys. 377.

Obliczamy przesunięcie podpory B pod działaniem siły H i siły zewnętrznej P .

W tym celu korzystamy z równania (652):

$$u_B = \sum Z_i \Delta l_i$$

gdzie Δl_i wyznaczamy na podstawie wzoru:

$$\Delta l_i = \frac{(S_i^P + Z_i \cdot H) l_i}{EA_i}$$

l_i oznacza tu długość poszczególnych prętów kratownicy, zaś l (bez znacka) teoretyczną rozpiętość łuku.

Ponieważ w rzeczywistości podpora B nie może ulec przesunięciu i $u_B = \Delta l = 0$, więc otrzymujemy, że:

$$u_B = \sum Z_i \left[\frac{(S_i^P + Z_i \cdot H) l_i}{EA_i} \right] = 0 \quad (668)$$

Z równania tego wyznaczamy H . Jeżeli chcemy otrzymać linię wpływową dla tej wielkości, to musimy obliczyć siły S_i^P dla kolejnych położeń siły $P = 1$ i wstawić je we wzór (668). Tą drogą obliczymy kolejne rzędne poszukiwanej linii wpływowej. Siły Z_i odpowiadają tu $H = 1$.

Linia H będzie symetryczna względem środka symetrycznego łuku (rys. 377b), będzie łamaną i nie będzie miała punktów przegięcia.

Znając linię wpływową dla H , otrzymujemy linie wpływowe dla sił w pasach, krzyżulcach i słupach kratownicy dwuprzegubowej według tych samych równań, co dla kratownicy trójpzregubowej. Z tego powodu linie rys. 377c i d tem się tylko różnią od odpowiednich linii rys. 376c i d, że w nich trójkątna linia wpływu H_y została zastąpiona przez odpowiednią linię łamaną. Siły w prętach kratownicy, wywołane wahaniami temperatury, otrzymamy tu w myśl reguł wyłożonych w końcu paragrafu poprzedniego.

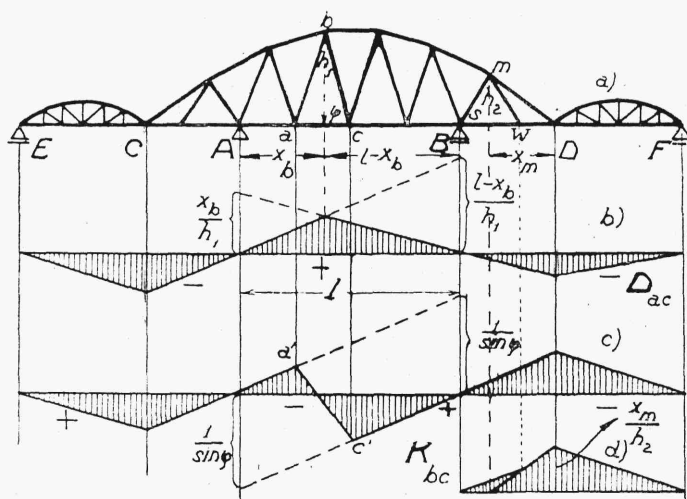
Bezprzegubowy łuk kratowy stosunkowo rzadko znajduje zastosowanie w budownictwie, tembardziej, że większe mosty wykonane według tego typu (np. most przez Douro) były obliczane, jako łuki pełne, przyczem tylko pasy łuków były brane w tym obliczeniu pod uwagę. Ścisłe obliczenie bezprzegubowych łuków kratowych wymaga wyznaczenia 3 wielkości nadliczbowych.

Kratownice ciągłe przegubowe mogą odpowiadać bądź schematowi belki ciągłej, przedstawionej na rys. 71 (rozdz. IV, 4), bądź też schematowi na rys. 378.

Rys. 378a przedstawia kratową belkę ciągłą przegubową, składającą się z belki wspornikowej CD , podpartej na jednej podporze przegubowo-przesuwnej i jednej nieprzesuwnej, i z dwóch belek swobodnie podpartych na końcach wsporników C i D i na dwóch podporach przegubowo-przesuwnych E i F .

Aby otrzymać linię wpływową dla siły w przęcie ac pasa sporządzamy przedewszystkiem linię wpływową dla momentu zginającego w przekroju b belki wspornikowej CD . Linia ta będzie miała w części swej CD kształt, przedstawiony na rys. 87 (rozdz. IV, 7).

W punkcie C belki wspornikowej działa na nią nacisk, wywołany przez belkę EC . Jeżeli ciężar przesuwany I znajduje się w punkcie C , wówczas rzędna linii wpływowej w C wyrazi moment zginający belki CD w punkcie b (na rys. 378b rzędna ta jest podzielona przez h_1). Jeżeli ciężar I będzie się w dalszym ciągu przesuwał po belce EC , to w związku z tem nacisk jej na punkt C będzie się zmieniał (jako reakcja) w sposób linjowy, a więc na odcinku EC linia wpływowa będzie miała kształt prostej. To samo dotyczy odcinka DF .



Rys. 378.

Na rys. 378b przedstawiona jest linia wpływowa dla siły w przęcie ac dla obciążenia w górnych węzłach, wyznaczona zapomocą linii wpływowej dla momentu zginającego ze wzoru (por. § 4):

$$D_{ac} = \frac{M_b}{h_1}$$

Dla jazdy dolnej mielibyśmy tu między a i c linię prostą.

W sposób analogiczny do opisanego znajdujemy linię wpływową dla siły poprzecznej w przedziale ac belki, a na podstawie wzoru

$$K_{bc} = \frac{T}{\sin \varphi}$$

wyznaczamy linię wpływową dla siły w przęcie bc (rys. 378c, jazda dolna).

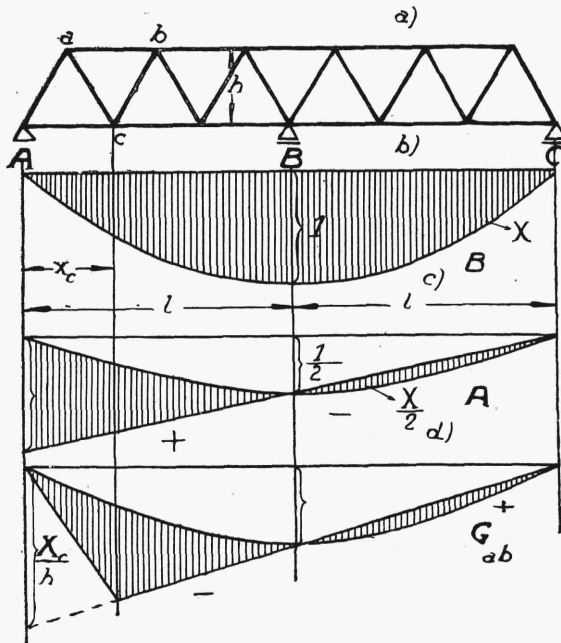
Aby znaleźć siły w innych krzyżulcach kratownicy CD uciec się musimy do wzorów (631) — (633) niniejszego rozdziału.

Linie wpływowe dla prętów kratownic EC i DF nie różnią się niczem od linii wpływowych dla prętów innych kratownic w dwóch punktach podpartych (por. § 4 niniejszego rozdziału).

Siłę w przęcie sw (pasa) wspornika znajdziemy na podstawie wzoru:

$$D_{sw} = \frac{M_m}{h_2}$$

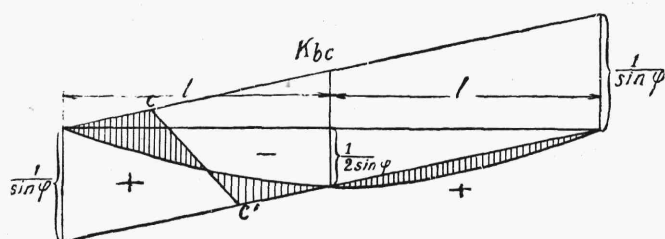
Linia wpływowa M_m momentu zginającego w przekroju m wspornika ma na przestrzeni FD kształt trójkąta o największej rzędnej równej odległości x_m przekroju m od końca D belki. Ponieważ jednak na przestrzeni między węzłami s i w linia wpływowa musi zmieniać się według prostej, linia D_{sw} przybiera dla jazdy dolnej kształt, przedstawiony na rys. 378d.



Rys. 379.

Kratownice ciągłe bezprzegubowe są układami statycznie niewyznaczalnymi. Bierzemy np. układ przedstawiony na rys. 379. Za wielkość nadliczbową przyjmujemy reakcję środkowej podpory. Odrzucając tę pod-

porę i zastępując jej działanie przez reakcję X , przechodzimy do belki kratowej na dwóch podporach A i C , obciążonej siłami zewnętrznymi P i siłą X .



Rys. 379e.

Ze wzoru (652):

$$v_m = \sum Z_i \Delta l_i$$

wyznaczamy przesunięcia statycznie wyznaczalnej belki AC w punkcie B . W tym celu wstawiamy tu (Z_i są to siły w prętach, wywołane przez $X = 1$):

$$\Delta l_i = \frac{Z_i (S_i^P + Z_i \cdot X) l_i}{EA_i}$$

Wobec tego, że w rzeczywistości punkt B nie może ulec przesunięciu w kierunku pionowym, $v_B = 0$, czyli, że

$$\sum \left[\frac{Z_i (S_i^P + Z_i \cdot X) l_i}{EA_i} \right] = 0 \quad (669)$$

skąd wyznaczamy reakcję X .

Zakładając $P = 1$ i przesuwając tę siłę wzdłuż belki, otrzymujemy ze wzoru (669) rzędne linii wpływowej dla X . Linja będzie miała kształt przedstawiony na rys. 379b i będzie załamana w węzłach.

Inne linje wpływowe dla belki ciągłej otrzymamy, dodając do siebie linje wpływowe belki na 2 podporach AC pod działaniem siły $P = 1$ i pod działaniem siły X , zmieniającej się według rys. 379b.

Na rys. 379c podana jest linja wpływowa dla reakcji lewej podpory A . Linja ta została otrzymana ze wzoru:

$$A = A_0 - \frac{X}{2} \quad (670)$$

gdzie A_0 jest to reakcja lewej podpory A belki AC na dwóch podporach, a $\frac{X}{2}$ część siły X , przypadająca na tę podporę. Pole właściwej linji wpły-

wowej jest tu zacięniowane. W środku linji wpływowej rzędna równa się zeru, gdyż ciężar $P = 1$ nad środkową podporą B nie wywiera wpływu na reakcję podpory A .

Linję wpływową dla siły w przecie ab pasa górnego otrzymamy ze wzoru:

$$G_{ab} = \frac{M_c}{h}$$

gdzie M_c oznacza moment zginający w punkcie c belki kratowej a h wysokość tej belki. Dotyczy ona jazdy dolnej.

Moment M_c otrzymamy ze wzoru:

$$M_c = M_c^0 - \frac{X}{2} \cdot x_c$$

gdzie M_c^0 oznacza moment zginający w punkcie c , obliczony dla belki swobodnie podpartej AC .

Linja wpływowa dla siły G_{ab} przedstawiona jest na rys. 379d.

Linję wpływową dla krzyżulca bc wyznaczamy ze wzoru:

$$K_{bc} = \frac{T}{\sin \varphi}$$

gdzie φ jest to kąt nachylenia krzyżulca względem poziomu a T siła poprzeczna w belce kratowej na lewo od przekroju pionowego przeprowadzonego między węzłami c i b . Siła ta równa się:

$$T = T^0 - \frac{X}{2}$$

gdzie T^0 oznacza siłę poprzeczną, obliczoną dla belki AC i dla siły $P = 1$.

Linja K_{bc} przedstawiona jest na rys. 379e.

8. Sposoby obciążenia kratownic. ¹⁾

Obciążenie dźwigarów kratowych, tak samo, jak obciążenie innych konstrukcyj budowlanych, składa się z wagi własnej dźwigara i z zaczepionych do niego ciężarów ruchomych lub nieruchomych.

Ciężar własny konstrukcji może być wyznaczony na podstawie ciężaru jednostkowego danego materiału i na podstawie wymiarów konstrukcji, do

¹⁾ Vid. Przepisy Min. Komunikacji lub Min. Rob. Publ., cylowane wyżej (str. 200).