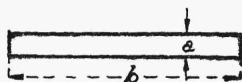
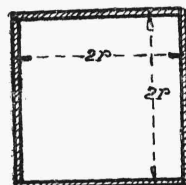


$$\tau_{\max} = \frac{3 \mathfrak{M}^0 a_{\max}}{\eta \Sigma a^3 b} \quad \Theta = \frac{\mathfrak{M}^0 l}{G \eta \cdot 1/3 \Sigma a^3 b}$$

gdzie znak sumy dotyczy wszystkich prostokątów, składających się na dany przekrój. Współczynnik η dla przekroju dwuteowego równa się 1,30, poza tem może być uważany za równy 1.



Rys. 113.



Rys. 114.

Dla przekroju kwadratowego zamkniętego, przedstawionego na rys. 114, według C. Webera *), mamy:

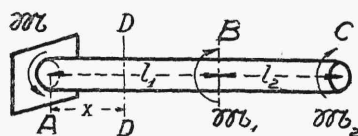
$$\tau_{\max} = 2,40 \frac{\mathfrak{M}^0}{r A} \quad \Theta = 1,78 \frac{\mathfrak{M}^0 l}{r^2 A G}$$

gdzie A oznacza tu pole przekroju, a $2r$ długość boku kwadratu od strony wewnętrznej.

Dla wielu przekrojów, z wyjątkiem jednak większości przekrojów, złożonych z wąskich prostokątów, nadaje się wzór St. Venant'a, wyprowadzony dla przekrojów o kształcie elipsy:

$$\Theta = \frac{4 \pi^2 \mathfrak{M}^0 l J_0}{A^4 G}$$

5. Skręcanie pręta utwierdzonego w dwóch końcach.



Rys. 115.

Przypuśćmy, że na pręt, przedstawiony na rys. 115, działają w dwóch różnych płaszczyznach, odpowiadających przekrojom B i C pręta, dwa różne momenty \mathfrak{M}^0 , równe odpowiednio \mathfrak{M}_1 i \mathfrak{M}_2 . W danym wypadku układ sześciu równań równowagi bryły swobodnej w przestrzeni sprowadza się do jednego równania momentów względem podłużnej osi pręta:

$$\Sigma M = \mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2 = 0 \quad (161)$$

*) C. Weber, „Die Lehre der Drehungsfestigkeit“ 1921, str. 36.

gdzie \mathfrak{M} oznacza moment utwierdzenia czyli moment skręcający w przekroju A .

Jeżeli przekrój pręta skręcanego jest kolisty lub pierścieniowy, wówczas przekrój C obraca się względem przekroju B o kąt

$$\Theta_{BC} = \frac{\mathfrak{M}_2 l_2}{G J_0}$$

Przekrój B obraca się względem przekroju utwierdzenia A o kąt

$$\Theta_{AB} = \frac{(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2) l_1}{G J_0} \quad (162)$$

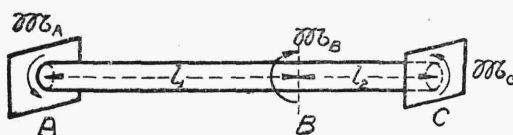
Całkowity kąt skręcania równa się tu

$$\Theta = \Theta_{AB} + \Theta_{BC} \quad (163)$$

Obliczamy kąt obrotu przekroju D (zawartego między A i B) względem przekroju A , przy odległości D od A równej x . Ponieważ na przestrzeni AB nie działa na pręt żaden nowy moment skręcający, więc kąt obrotu będzie tu się zmieniał, w myśl równania (162), proporcjonalnie do odległości, dzielącej go od początku pręta, czyli że dla przekroju D będzie się równał:

$$\Theta_x = \frac{(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2) x}{G J_0}$$

Przechodząc do właściwego naszego zadania, zauważamy, że jeżeli pręt AC jest utwierdzony w dwóch końcach i obciążony momentem skręcającym \mathfrak{M}_B , działającym w płaszczyźnie B (rys. 116), wówczas do wyznaczenia dwóch momentów utwierdzenia \mathfrak{M}_A i \mathfrak{M}_C mamy w danym wypadku jedno tylko równanie statyki (161). Aby wyznaczyć niewiadome momenty musimy uciec się do rozpatrzenia odkształcenia pręta skręcanego.



Rys. 116.

W tym celu zastępujemy utwierdzenie C przez odpowiedni moment \mathfrak{M}_C i obliczamy zapomocą wzorów (162) i (163) kąt skręcania Θ_C , który miałyby miejsce, gdyby koniec C pręta był swobodny:

$$\Theta_C = \frac{(\mathfrak{M}_C - \mathfrak{M}_B) l_1}{G J_0} + \frac{\mathfrak{M}_C l_2}{G J_0}$$

Ponieważ jednak koniec C pręta, w rzeczywistości, obracać się nie może, więc mamy równanie

$$\Theta_C = 0$$

które łącznie z równaniem

$$\Sigma M = M_A - M_B + M_C = 0$$

da możliwość wyznaczenia momentów M_A i M_C .

Znając wszystkie momenty skrecające pręt, możemy obliczyć we wszystkich jego częściach kąty skrećania Θ i naprężenia τ .
