

6. Największe momenty zginające w belkach swobodnie podpartych na dwóch podporach.

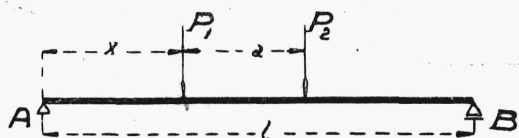
Przy obciążeniu belki ciężarami, nie zmieniającymi swego położenia w czasie pracy belki, wyznaczenie miejsca największego momentu na belce może być wykonane bezpośrednio za pomocą wykresu momentów, przy czym ze względu na kształt wykresu miejsce to wypaść musi pod jednym z ciężarów skupionych. W razie, gdy znany jest dla danej belki tylko wykres sił poprzecznych, miejsce największego momentu na belce może być znalezione, jako punkt odpowiadający sile poprzecznej równej 0 (vid. § 5 niniejszego rozdziału).

O ile ciężary znajdujące się na belce, pozostając w stałej odległości jeden od drugiego, przesuwać się wszystkie razem po belce, wówczas może być mowa o następujących trzech rodzajach największych momentów zginających:

- 1°, największy moment w danym przekroju belki,
- 2°, największy moment pod danym ciężarem, przy nieziennej liczbie ciężarów przesuujących się po belce,
- 3°, największy z największych momentów, odpowiadających poszczególnym grupom kolejnych ciężarów, wyjętych z szeregu ciężarów, przesuujących się po belce.

Momenty zginające wymienione pod 1° obliczamy sposobem omówionym w paragrafie następnym (linje wpływowe).

Gdy chodzi o obliczenie momentów zginających pod poszczególnymi ciężarami (2°), najprościej daje się to wykonać sposobem analitycznym (rys. 76).



Rys. 76.

Przypuśćmy, iż na belce znajdują się dwa ciężary P_1 i P_2 oddalone od siebie o a i że chodzi o wyznaczenie takiego położenia ciężaru P_1 , przy którym moment zginający pod tym ciężarem byłby największy.

Wyznaczamy reakcję A lewej podpory:

$$A = \frac{P_1(l-x) + P_2(l-x-a)}{l} \quad (89)$$

Moment pod ciężarem P_1 (tu $a=x$) wyraża się wzorem:

$$M = \frac{P_1(l-x) + P_2(l-x-a)}{l} \cdot x \quad (90)$$

Maximum tego momentu otrzymamy w chwili, gdy ciężar P_1 będzie odległy od podpory A na wielkość x otrzymaną z równania $\frac{dM}{dx} = 0$, czyli z równania następującego:

$$P_1 - \frac{2P_1}{l}x + P_2 - \frac{2P_2}{l}x - \frac{P_2 a}{l} = 0 \quad (91)$$

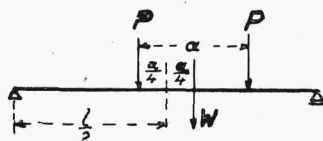
z którego wynika, że

$$x = \frac{P_1 + P_2 - \frac{P_2 a}{l}}{\frac{2}{l}(P_1 + P_2)} \quad (92)$$

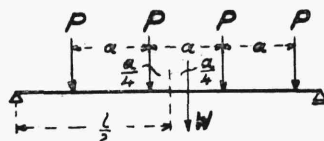
W razie, gdy $P_1 = P_2$ mamy, że

$$x = \frac{1}{2}l - \frac{1}{4}a \quad (93)$$

to znaczy, że o ile dwa równe sobie ciężary znajdują się na belce, to największy moment zginający pod jednym z nich będzie miał miejsce wówczas, gdy ich wypadkowa będzie odsunięta od środka belki o jedną czwartą odległości między nimi.



Rys. 77.



Rys. 78.

Najniebezpieczniejszy rozstaw dwóch równych ciężarów na belce podany jest na rys. 77, zaś czterech na rys. 78. Na rysunkach tych litera W oznacza wypadkową sił, działających na belkę.

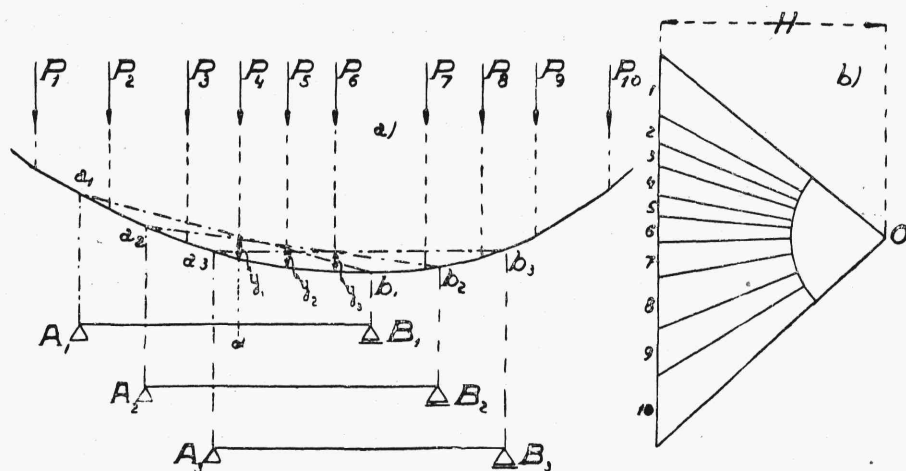
Rozpatrujemy dalej (3^o) szereg ciężarów (pociąg) związanych ze sobą i przeciągających po belce AB (rys. 79 a).

Wybieramy z tych ciężarów pewną grupę, mogącą pomieścić się jednocześnie na belce. Największy z momentów zginających, jaki wywołuje taka grupa w danej belce, oznaczamy przez $\max M$ (maximum momentu). W miarę przesuwania się ciężarów jedne z nich z belki schodzą, inne natomiast zajmują ich miejsce, przyczem $\max M$ dla każdej grupy cięż-

żarów, znajdujących się w danej chwili na belce, jest inne. Największe z nich nazywamy $\max \max M$ (maximum maximorum momentów). Jest nim największy z momentów, jaki może dany pociąg ciężarów wywołać w belce, niezależnie od przekroju belki, w którym taki moment powstaje.

Do wyznaczenia $\max \max M$ korzystamy bezpośrednio z teorii wieloboku sznurowego.

W tym celu wykreślamy przedewszystkiem dla wszystkich ciężarów szeregu (np. dla wszystkich kół pociągu) wielobok sznurowy (rys. 79 a). Następnie pod ciężarami przesuwamy odcinki równe długości belki, zastępując w ten sposób przesuwanie ciężarów po belce, i jednocześnie rzutujemy pionowo końce tych odcinków na zbudowany wielobok sznurowy (położenia belki A_1B_1 , A_2B_2 i t. d.). Rzuty a i b łączymy ze sobą prostą. Odcinki prostych pionowych, zawarte między prostymi ab a wielobokiem, pomnożone przez odległość biegunową H dają wykres momentów zginających dla belki obciążonej siłami zawartymi między A i B . Największy z tych odcinków y odpowiada w każdym wypadku $\max M$.



Rys. 79.

Największe z $\max M$, jakie otrzymujemy drogą przesuwania belki pod wielobokiem sznurowym, da nam poszukiwane $\max \max M$. W danym wypadku odpowiada mu $\max \max y = y_1$ czyli, że $\max \max M = H \cdot y_1$.

Przedłużenie prostej pionowej, która dała nam $\max \max M$ do przecięcia się z odpowiednim odcinkiem, przedstawiającym położenie belki, wskaże nam na belce punkt α , w którym znalezione $\max \max M$ będzie miało miejsce.