

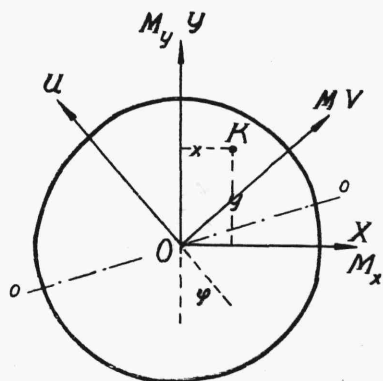
ROZDZIAŁ X.

Uogólnienie zjawisk zginania i ściskania.

I. Zginanie niesymetryczne.

W wypadkach zginania, rozpatrywanych w rozdz. VII, płaszczyzna sił, działających na belkę, pokrywała się z pionową płaszczyzną symetrii belki. W tych wypadkach oś obojętna przekroju poprzecznego belki była prostopadła do płaszczyzny sił.

Rozważymy obecnie wypadek zginania niesymetrycznego, t.j. takiego, przy którym siły działają nie w płaszczyźnie, odpowiadającej osi symetrii przekroju poprzecznego belki, lecz w innej płaszczyźnie, nachylonej względem płaszczyzny zginania pod pewnym kątem.



Rys. 184.

Na rys. 184 prosta oo oznacza oś obojętną przekroju poprzecznego pewnej belki, prosta OU płaszczyznę działania sił zewnętrznych, a prosta OV wektor momentu zginającego M w danym przekroju belki. Za układ osi współrzędnych przyjmujemy kierunki głównych środków osi bezwładności, co nie zmniejsza jednak bynajmniej ogólności rozwiązania rozważanego zagadnienia.

Moment M sił zewnętrznych, działających w płaszczyźnie OU , rozkładamy na kierunki osi współrzędnych w ten sposób, że

$$M_x = M \cos \varphi \quad \text{ i } \quad M_y = M \sin \varphi$$

Wobec założenia płaskich przekrojów, przekrój, przedstawiony na rys. 184 obróci się, przy odkształceniu belki, względem osi obojętnej w ten

sposób, że przesunięcia poszczególnych punktów przekroju, równoległe do podłużnej osi belki i proporcjonalne do odległości od osi oo , będą wyrażały się wzorem linowym typu:

$$\Delta l = m'x + n'y$$

W związku z tem dla naprężeń normalnych w danym przekroju belki otrzymujemy drogą rozumowania, analogicznego do przytoczonego w rozdz. VII, 1 (por. wzory 164 i 166 dla $b'e' = \Delta l$), równanie następujące:

$$\sigma = mx + ny \quad (295)$$

które, przy założeniu $\sigma = 0$, daje nam równanie osi obojętnej.

Współczynniki m i n wyznaczymy tu z równań równowagi, zastosowanych do jednej z odciętych części belki.

Ustawiając równania momentów względem osi OX i OY , otrzymujemy:

$$M_x - \int_A \sigma y dA = 0 \quad (296)$$

$$M_y + \int_A \sigma x dA = 0 \quad (296')$$

Znaki w powyższych równaniach odpowiadają przypuszczeniu, że momenty M , M_x i M_y mają kierunek na prawo i że naprężenie σ w pewnym punkcie $K(x,y)$ jest naprężeniem ściskającym.

Wstawiając w równania (296) i (296') wartość naprężenia ze wzoru (295), otrzymujemy równania:

$$M_x - \int_A (mx + ny) y dA = 0$$

$$M_y + \int_A (mx + ny) x dA = 0$$

które przekształcamy, mając na widoku, że dla danego układu osi współrzędnych

$$\int_A y^2 dA = J_x \quad \int_A x^2 dA = J_y \quad \int_A xy dA = J_{xy} = 0$$

i z których wreszcie otrzymujemy, że

$$n = \frac{M_x}{J_x} \quad m = - \frac{M_y}{J_y} \quad (297)$$

W ten sposób dochodzimy do następującego wzoru dla naprężenia normalnego przy zginaniu niesymetrycznym:

$$\sigma = \frac{M_x y}{J_x} - \frac{M_y x}{J_y} \quad (298)$$

Wstawiając tu zamiast M_x i M_y ich wartości ze str. 181 i przyjmując $\sigma = 0$, dochodzimy do następującego równania osi obojętnej:

$$\frac{y \cos \varphi}{J_x} - \frac{x \sin \varphi}{J_y} = 0 \quad (298')$$

Oznaczając przez α kąt $\sphericalangle Y O o$ nachylenia prostej (298') względem osi Y -ów, otrzymujemy z równania (298'), że

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \varphi \cdot \frac{J_y}{J_x} = \operatorname{ctg} \varphi \cdot \frac{r_y^2}{r_x^2} \quad (299)$$

gdzie r_y i r_x oznaczają odpowiednie promienie bezwładności.

Z równania (299) otrzymujemy, że

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{r_y^2}{r_x^2}$$

co oznacza, że ślad płaszczyzny sił UO ($\sphericalangle U O Y = \varphi$) i oś obojętna oo są kierunkami sprzężonymi względem środkowej elipsy bezwładności przekroju poprzecznego belki.

Z powyższego wynika, że, o ile siły zewnętrzne działają na belkę w płaszczyźnie jednej z osi głównych jej przekroju poprzecznego, to oś obojętna pokrywać się będzie z kierunkiem drugiej osi głównej. O ile płaszczyzna sił przecina przekrój poprzeczny belki pod kątem różnym od prostego względem osi głównej, wówczas oś obojętna nie będzie do tej płaszczyzny prostopadła, a więc zginanie nie będzie odbywało się w płaszczyźnie sił (zginanie ukośne).

Znalazwszy oś obojętną przekroju belki zginanej, ustalamy położenie punktów najdalej od tej osi odsuniętych. Są to punkty największych naprężeń normalnych; do wyznaczenia tych naprężeń służy nam wzór (298).

2. Ściskanie mimośrodowe (w granicach ważności zasady superpozycji).

Jeżeli na pręt pryzmatyczny działa, poza siłami ściskającymi, jeszcze pewien moment zginający (por. rys. 191 i 192), wówczas pręt wygina się, a jego