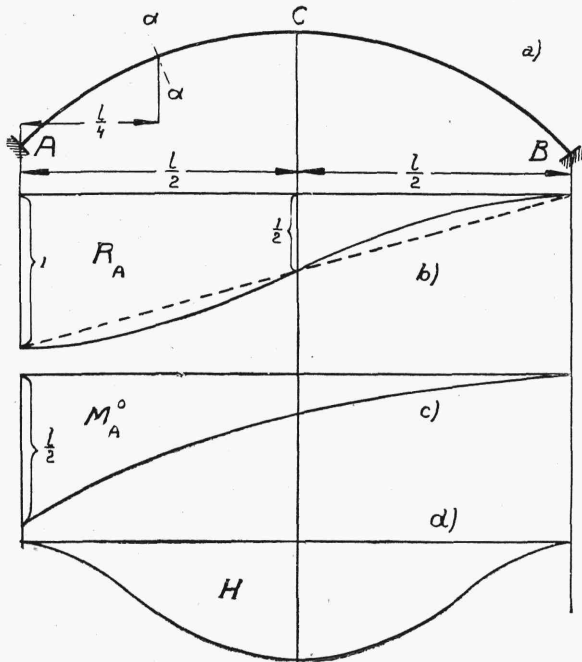


Linie wpływowe dla R_A , M_A^0 i H przedstawione są na rys. 320



Rys. 320.

b, c, d. Rzędne linii wpływowych dla momentów rdzeniowych lub momentu osiowego w danym przekroju $\alpha\alpha$ obliczamy na podstawie rzędnych linii wpływowych dla R_A , H i M_A^0 ze wzoru (555):

$$M = M_A^0 + R_A \cdot x' - Hy' - M \quad (588)$$

w którym współrzędne x' i y' odpowiadają albo punktom rdzeniowym albo też środkowi ciężkości przekroju (przy pocz. wsp. w środku łuku). Na rys. 321a mamy linię wpływową dla

momentu osiowego i momentów rdzeniowych na podporze, zaś na rys. 320b,c linie wpływowe dla momentu osiowego w środku łuku i w $\frac{1}{4}$ jego rozpiętości.¹⁾

Na rys. 322 przedstawiona jest linia wpływowa dla siły podłużnej N_α w przekroju łuku $\alpha\alpha$ (schematycznie).

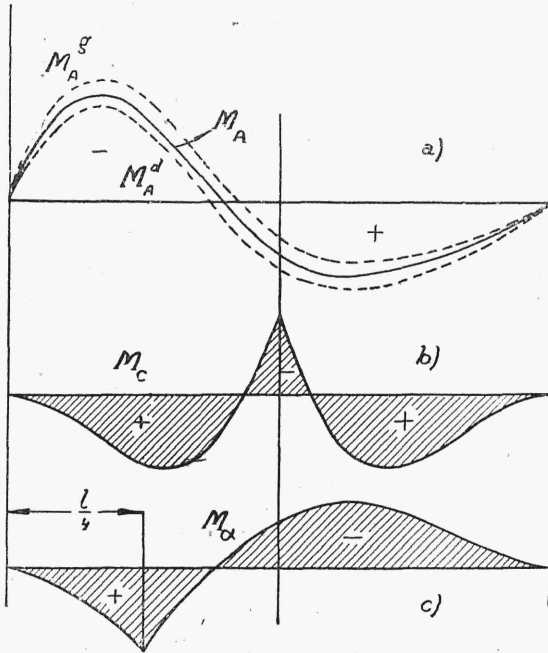
9. Przykłady obliczenia łuków sprężystych.

Przykład 1. (Linia ciśnień dla łuku bezprzegubowego).

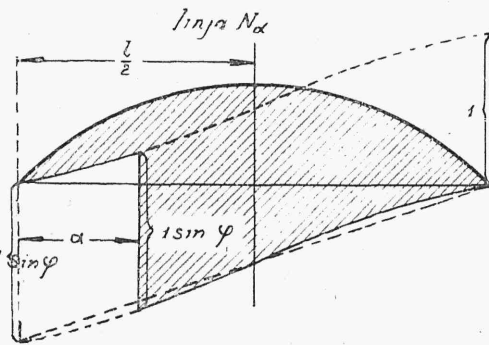
Bierzemy łuk (betonowy lub kamienny) o przekroju poprzecznym prostokątnym, osi kołistej, rozpiętości teoretycznej $l=20$ m i strzałce $f=5$ m. Szerokość łuku przyjmujemy za równą 1 m. Obciążenie poza ciężarem

¹⁾ Obliczenie łuków może być w pewnych wypadkach uproszczone przez wyzyskanie tablic Legay'a, Pigeaud'a, Kögler'a, Strassner'a i t. p.

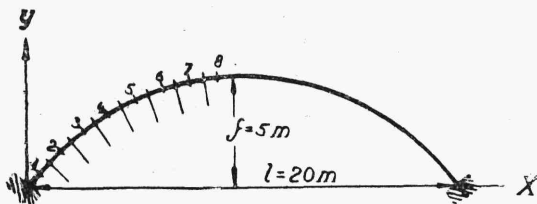
własnym jest równomierne i wynosi 1 t/m.b. Z warunków geometrycznych



Rys. 321.



Rys. 322.



Rys. 323.

wyznaczamy promień łuku $R = 12,5 \text{ m}$, kąt środkowy połowy łuku $\varphi = 52^{\circ}8'46''$ oraz dłu-

gość połowy łuku $\frac{s}{2} = 11,35 \text{ m}$.

Każdą połowę łuku dzielimy płaszczyznami normalnymi na 8 odcinków (klinów) oznaczonych numerami, odpowiadającymi środkom tych odcinków. (Środki odcinków prawej połowy łuku najdogodniej jest oznaczać temi samymi numerami, co środki symetrycznych odcinków lewej połowy, tylko z przecinkiem).

Długość każdego odcinka wynosi $1,42 \text{ m}$. Rzędne i odcięte dla początku współrzędnych według rys. 323 obliczamy dla danego odcinka ds dla jego środka.

Współrzędne obliczamy ze wzorów:

$$x = \frac{l}{2} - R \cdot \sin \varphi$$

$$y = R \cos \varphi - (R - f) \quad (589)$$

umieszczamy je w tablicy I.

TABLICA I.

N.	φ	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	x	y
0	52°08'46"	0,78958	0,61370	0	0
1	48°53'14"	0,75342	0,65757	0,5823	0,7197
2	42°22'08"	0,67390	0,73888	1,5762	1,9511
3	35°51'02"	0,58567	0,81056	2,6791	2,8680
4	29°19'56"	0,48987	0,87182	3,8766	3,3980
5	22°48'50"	0,38774	0,92177	5,1533	4,0220
6	16°17'44"	0,28059	0,95984	6,4926	4,5000
7	9°46'38"	0,16982	0,98548	7,8773	4,8180
8	3°15'32"	0,05680	0,99838	9,2895	4,9800

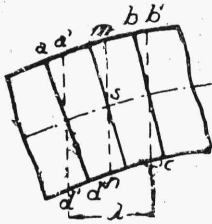
W węzłowie wysokość przekroju łuku (grubość) przyjmujemy za równą 1,44 m, a w zworniku za równą 0,80 m. W pośrednich przekrojach zmieniamy grubość łuku według prawa linjowego wzdłuż długości łuku. Tablica II zawiera te grubości oraz bezpośrednio zależne od nich wielkości potrzebne do obliczenia łuku.

TABLICA II.

Nr.	h	$\frac{1}{h}$	J	$\frac{1}{J}$
1	1,40	0,7143	0,2288	3,796
2	1,32	0,7576	0,1916	5 220
3	1,24	0,8065	0,1588	6,292
4	1,16	0,8621	0,1300	7,686
5	1,08	0,9346	0,1040	9,521
6	1,00	1,0000	0 0833	12,000
7	0,94	1,0870	0,0649	15,410
8	0,84	1,1905	0,0494	20,230
$\sum \frac{1}{A} = 7,3526 \quad \sum \frac{1}{J} = 80,155$				

Niech będzie łuk obciążony w sposób ciągły przy obciążeniu jednostkowym $q = 1\text{t/m.b.}$ Ciężar własny każdego z klinów (np. klina *abcd* na rys. 324)

zastępujemy przez ciężar wycinka $a'b'e'd'$, co daje tu nieznaczną bardzo różnicę. Pole $a'b'e'd'$ obliczamy, jako pole prostokąta o długości λ , równej rzutowi poziomemu klina oraz szerokości mn , równej pionowemu rzutowi środkowego przekroju klina.



Rys. 324.

Pole to oznaczamy przez Ω .

Długość $mn = h \cos \varphi$.

Siła przypadająca na każdy z klinów P składa się z obciążenia zewnętrznego klina $\lambda \cdot l$ oraz jego ciężaru własnego $\gamma \cdot \Omega$, gdzie $\gamma = 2,4 \text{ t/m}^3$. Mamy więc, że

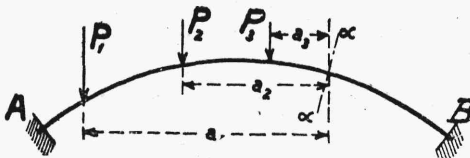
$$P = \lambda \cdot l + \gamma \Omega$$

Obliczenie sił P wykonane jest w tablicy III.

TABLICA III

Nr.	$h \cos \varphi$	λ	Ω	$\gamma \Omega$	P
1	2,13	0,87	1,81	4,41	5,28
2	1,79	1,09	1,79	4,31	5,40
3	1,53	1,21	1,76	4,20	5,35
4	1,33	1,29	1,66	4,01	5,39
5	1,17	1,34	1,50	3,61	4,75
6	1,04	1,38	1,41	3,41	4,79
7	0,93	1,40	1,30	3,10	4,50
8	0,84	1,42	1,19	2,91	4,33
					$P = 39,60$

Popełniając bardzo niewielki błąd i to naogół na korzyść bezpieczeństwa, zakładamy (rys. 325), iż siła P przechodzi przez środek odcinka



Rys. 325.

osi łuku odpowiadającego klinowi $abcd$, czyli przez punkt s i w tem założeniu obliczamy wielkość $M = \sum Pa$ t.j. wypadkowe momenty sił, działających na lewo od danego przekroju łuku. Litera a oznacza w tym wzorze zmieniającą się odległość od środka

danego klina do wszystkich klinów, położonych od niego na lewo, czyli do

linij działania sił P , położonych na lewo od danego przekroju (rys. 325). Momenty \mathfrak{M} możemy otrzymać albo drogą wykreślną, sposobem podanym w rozdz. III,1, albo też rachunkowo, układając dla środka każdego odcinka łuku, a więc dla każdego z przekrojów 1,2 i t.d. tablice następujące (przykładowo):

TABLICA IV (\mathfrak{M}_4)

Nr. klina	P	a	$P \cdot a$
1	5,27	3,30	17,35
2	5,39	2,30	12,40
3	5,35	1,20	6,41
4	2,64	0,30	0,79
$\mathfrak{M}_4 = \Sigma P \cdot a = 36,95 \text{ tm.}$			

TABLICA V (\mathfrak{M}_7)

Nr. klina	P	a	$P \cdot a$
1	5,27	11,54	60,80
2	5,39	10,55	56,80
3	5,35	9,44	50,50
4	5,29	8,24	43,65
5	4,74	6,97	33,10
6	4,78	5,63	26,91
7	4,50	4,24	19,06
8	4,32	2,83	12,25
8'	4,32	1,41	6,11
7'	2,25	0,35	0,79
$\mathfrak{M}_7 = \Sigma P \cdot a = 309,93 \text{ tm.}$			

Przechodząc do wyznaczenia wielkości statycznie niewyznaczalnych H , R_A i M_A^0 zapomocą wzorów:

$$H = - \frac{\sum \frac{\mathfrak{M} y'}{J}}{\sum \frac{y'^2}{J} + \sum \frac{1}{A}} \quad (590)$$

$$R_A = \frac{\sum \frac{\mathfrak{M} x'}{J}}{\sum \frac{x'^2}{J}} \quad (591)$$

$$M_A^o = \frac{\sum \frac{M}{J}}{\sum \frac{1}{J}} \quad (592)$$

przenosimy przedewszystkiem początek współrzędnych do punktu, którego rzędna wyraża się wzorem (rys. 303):

$$y_o = \frac{\sum \frac{y}{J}}{\sum \frac{1}{J}} \quad (593)$$

Wobec symetrii łuku, sumy wchodzące we wzór (593) mogą być wzięte tylko dla połowy łuku. Obliczenie y_o jest wykonane w następującej tablicy VI.

TABLICA VI.

Nr. klina	$\frac{1}{J}$	y	$\frac{y}{J}$
1	3,796	0,7197	2,730
2	5,220	1,9511	10,190
3	6,292	2,8680	18,040
4	7,686	3,3980	26,200
5	9,521	4,0220	38,300
6	12,000	4,5000	54,000
7	15,410	4,8180	74,210
8	20,230	4,9800	100,800
$\sum \frac{1}{J} = 80,155$		$\sum \frac{y}{J} = 324,470$	

$$y_o = \frac{324,47}{80,155} = 4,050 \text{ m}$$

Tablica VII zawiera współrzędne środków poszczególnych klinów w odniesieniu do nowego układu współrzędnych oraz zależne od nich iloczyny, potrzebne do obliczenia mianowników we wzorach dla H , R_A i M_A^0 . Wobec tego, że łuk jest symetryczny i wobec tego, że mianownik wzoru dla R_A zawiera x' w potęgze drugiej, obliczenie mianowników może być wykonane tylko dla połowy łuku.

TABLICA VII.

Nr. klina	x'	$\frac{x'^2}{J}$	y'	$\frac{y'^2}{J}$
1	— 9,418	296,0	— 3,330	42,10
2	— 8,424	370,0	— 2,099	23,00
3	— 7,321	333,0	— 1,182	8,75
4	— 6,123	288,0	— 0,652	3,27
5	— 4,847	224,0	— 0,028	0,08
6	— 3,507	148,0	+ 0,450	2,44
7	— 2,123	69,3	+ 0,768	9,10
8	— 0,711	10,1	+ 0,930	17,48
	$\sum \frac{x'^2}{J} = 1737,4$		$\sum \frac{y'^2}{J} = 106,22$	

Na podstawie tablicy VII i II możemy napisać, iż mianowniki wzorów H , R_A i M_A^0 równają się odpowiednio:

$$\text{dla } H: \sum_0^s \frac{y'^2}{J} + \sum_0^s \frac{1}{A} = 2 \cdot 106,22 + 2 \cdot 7,35 = 227,4 \quad (594)$$

$$\text{dla } R_A: \sum_0^s \frac{x'^2}{J} = 2 \cdot 1737,4 = 3474,8 \quad (595)$$

$$\text{dla } M_A^0: \sum_0^s \frac{1}{J} = 2 \cdot 80,155 = 160,31 \quad (596)$$

Tablica VIII zawiera wyznaczenie liczników wzorów (590), (591) i (592)

TABLICA VIII.

Nr. klina	$\frac{\mathfrak{M} y'}{J}$	$\frac{\mathfrak{M} x'}{J}$	$\frac{\mathfrak{M}}{J}$
1	— 10	— 27	2,9
2	— 65	— 259	30,7
3	— 166	— 1030	140,5
4	— 185	— 1740	284,3
5	— 17	— 2900	610,0
6	535	— 4160	1189,0
7	1660	— 4650	2188,0
8	3603	— 2758	3880,0
8'	4450	+ 3376	4950,0
7'	3720	10160	4830,0
6'	2035	15660	4525,0
5'	— 116	19800	4129,0
4'	— 2410	22800	3753,0
3'	— 4048	25120	3450,0
2'	— 7250	29000	3459,0
1'	— 10330	29200	3138,0
	8250	137532	40557,4
	$\sum \frac{\mathfrak{M} y'}{J}$	$\sum \frac{\mathfrak{M} x'}{J}$	$\sum \frac{\mathfrak{M}}{J}$

Wypełniając wzory (590) — (592) otrzymujemy:

$$H = \frac{8250}{227,4} = 36,2 \text{ t.} \quad R_A = \frac{137532}{3474,8} = 39,6 \text{ t}$$

$$M_A^0 = \frac{40557,4}{160,31} = 253 \text{ tm} \quad (597)$$

Momenty zginające (osiowe) w poszczególnych przekrojach łuku obliczamy na podstawie wzoru:

$$M_i = M_A^0 + R_A x' - H y' - M_i$$

który przybiera np. dla punktów 1,2 i 3 następującą postać:

$$M_1 = 253,0 - 39,6 \cdot 9,418 + 36,2 \cdot 3,330 - 0,77 = 0 \quad (598)$$

$$M_2 = 253,0 - 39,6 \cdot 8,424 + 36,2 \cdot 2,099 - 5,89 = - 10,0 \text{ tm}$$

$$M_3 = 253,0 - 39,6 \cdot 7,325 + 36,2 \cdot 1,182 - 22,32 = - 16,5 \text{ tm}$$

Siły podłużne w poszczególnych przekrojach łuku obliczamy ze wzoru:

$$N = R_A \sin \varphi + H \cos \varphi - N$$

który przybiera tu następującą postać:

$$N_1 = 39,6 \cdot 0,753 + 36,2 \cdot 0,658 - 3,97 = + 49,7 \text{ t} \quad (599)$$

$$N_2 = 39,6 \cdot 0,694 + 36,2 \cdot 0,739 - 7,19 = + 46,0 \text{ t}$$

$$N_3 = 39,6 \cdot 0,586 + 36,2 \cdot 0,811 - 9,38 = + 43,0 \text{ t}$$

i t.d.

Tablica IX zawiera obliczenie mimośrodków siły podłużnej w łuku ze wzoru $\xi_i = \frac{M_i}{N_i}$ oraz naprężenia normalne.

TABLICA IX

Nr.	M_i	N_i	ξ_i	σ_g	σ_d
0	+ 3,5	53,3	+ 6,8	+ 4,75	+ 2,75
1	0	49,7	0	+ 3,76	+ 3,76
2	- 10,0	46,0	- 21,8	+ 0,24	+ 7,12
3	- 16,5	43,0	- 37,5	- 3,01	+ 9,89
4	- 12,4	40,3	- 30,8	- 2,06	+ 8,94
5	- 1,4	37,0	- 3,8	+ 2,71	+ 4,15
6	- 1,4	38,0	- 3,5	+ 2,96	+ 4,64
7	+ 3,2	35,0	+ 9,1	+ 6,60	+ 1,54
8	+ 3,8	33,0	+ 11,5	+ 7,15	+ 0,71

Linja ciśnień sporządzona według tablicy IX odpowiada typowi przedstawionemu na rys. 314.

Naprężenia na górnej i dolnej krawędzi przekroju obliczamy ze wzorów:

$$\sigma_g = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot z}{J}$$

$$\sigma_d = \frac{N}{A} - \frac{M \cdot z}{J}$$

Wpływ zmiany temperatury oraz skurczu betonu na H obliczamy ze wzoru:

$$H_t = \frac{\pm E \alpha t l}{\sum \frac{y'^2 ds}{J} + \sum \frac{ds}{A}}$$

gdzie dla betonu przyjmujemy

$$\alpha = 9 \cdot 10^{-6} \quad t = \pm 15^\circ \quad E = 140 \cdot 10^3 \text{ k/cm}^2$$

Po obliczeniu H_t wstawiamy we wzory (598) i (599), zamiast H , kolejno wielkości $+ H_t$ i $- H_t$, poczem obliczenie momentów, sił podłużnych i naprężeń powtarzamy, wyznaczając tą drogą wpływ jaki mają na te wielkości wahania temperatury. Naprężenia wywołane wahaniami temperatury dodajemy wreszcie do podanych w tablicy IX i liczymy się przy wyznaczaniu wymiarów łuku z największymi naprężeniami sumarycznymi.

Przykład II (Linje wpływowe dla łuku bezprzegubowego). Dla łuku opisanego w przykładzie I wyznaczamy linje wpływowe dla wielkości statycznie niewyznaczalnych H , R_A i M_A^0 oraz dla momentu zginającego w przekroju 4, czyli momentu M_4 .

Położenie początku współrzędnych obliczone ze wzoru (593), nie ulega tu zmianie w porównaniu do przykładu poprzedniego, jak również nie zmieniają się tu obliczone ze wzorów (594) — (596) mianowniki wzorów dla H , R_A i M_A^0 . Do obliczenia linii wpływowych dla tych ostatnich wielkości potrzebujemy więc tylko wyznaczyć momenty M t.j. momenty zewnętrznych sił czynnych, zaczepionych na lewo od poszczególnych

przekrojów łuku; w danym wypadku są to momenty siły 1, zaczepionej w przekroju, dla którego obliczamy rzędną danej linii wpływowej, kolejno względem środków wszystkich klinów, położonych na prawo od tego przekroju. Obliczenie to sprowadza się tu (wobec ciężaru równego 1) do wypisania odległości poziomych od przekroju, dla którego wyznaczamy rzędną, do wszystkich przekrojów (środków klinów) położonych od niego na prawo. Otrzymane tą drogą momenty \mathfrak{M} , odpowiadające położeniu ciężaru 1 w przekroju, dla którego obliczamy rzędną linii wpływowej dla H , mnożymy przez odpowiadające danemu przekrojowi wielkości $\frac{y'}{J}$, poczem wszystkie te iloczyny dodajemy do siebie, dochodząc w ten sposób do sumy $\sum \frac{\mathfrak{M} y'}{J}$.

Aby otrzymać dla danego przekroju łuku rzędną linii wpływowej dla R_A lub M_A^0 , mnożymy odpowiednio te same, co poprzednio, momenty przez $\frac{x'}{J}$ lub $\frac{1}{J}$ i dodajemy do siebie otrzymane iloczyny, jak wyżej.

Poniżej podajemy obliczenie rzędnych linii wpływowych dla H , R_A i M_A^0 w punktach 4' i 8' (ciężar 1 znajduje się w punkcie 4' względnie w punkcie 8').

TABLICA X (przekrój 4')

Nr. klina	\mathfrak{M}	$\frac{y'}{J}$	$\frac{x'}{J}$	$\frac{\mathfrak{M} y'}{J}$	$\frac{\mathfrak{M} x'}{J}$	$\frac{\mathfrak{M}}{J}$
1'	3,294	— 12,64	35,68	— 41,61	117,6	12,51
2'	2,300	— 10,95	43,92	— 25,20	101,0	12,01
3'	1,197	— 7,44	46,00	— 8,91	55,0	7,53
4'	0	— 5,02	47,00	0,00	0,0	0,00
				— 75,72	273,6	32,05
				$\sum \frac{\mathfrak{M} y'}{J}$	$\sum \frac{\mathfrak{M} x'}{J}$	$\sum \frac{\mathfrak{M}}{J}$

TABLICA XI (przekrój 8')

Nr. klina	\mathfrak{M}	$\frac{\mathfrak{M} y'}{J}$	$\frac{\mathfrak{M} x'}{J}$	$\frac{\mathfrak{M}}{J}$
1'	8,707	— 110,00	312,0	33,05
2'	7,713	— 84,50	338,2	40,25
3'	6,610	— 49,16	305,0	41,60
4'	5,413	— 27,21	254,0	41,57
5'	4,136	— 1,10	190,0	39,36
6'	2,797	+ 15,10	117,2	33,57
7'	1,412	+ 16,70	46,2	21,78
8'	0,000	0,00	0 0	0,00
		140,17	1562 6	251,18
		$\sum \frac{\mathfrak{M} y'}{J}$	$\sum \frac{\mathfrak{M} x'}{J}$	$\sum \frac{\mathfrak{M}}{J}$

Gdy chodzi o obliczenie linii wpływowych dla H i R_A , tablice, podobne do tablicy X i XI, mogą być wykonane tylko dla prawej części łuku z tego powodu, że linia wpływowa dla H jest wogóle symetryczna względem osi OY' , co zaś się tyczy linii wpływowej dla R_A , to posiada ona tę właściwość, że dwie jej rzędne symetrycznie położone względem osi OY' muszą w sumie równać się 1.

Aby obliczyć linię wpływową dla M_A^0 musimy, wobec asymetrii tej linii wykonać oddzielnie obliczenie wszystkich rzędnych linii wpływowej, a więc sumy $\sum \frac{\mathfrak{M}}{J}$ musimy tu znaleźć dla wszystkich środków klinów od 1' aż do 1. Tablice, podobne do X i XI, sporządzone w tym celu dla punktów lewej połowy łuku, mogą nie zawierać rubryk $\frac{\mathfrak{M} x'}{J}$ i $\frac{\mathfrak{M} y'}{J}$, tylko rubrykę $\frac{\mathfrak{M}}{J}$.

Dzieląc otrzymane z tablic X i XI i podobnych sumy $\sum \frac{\mathfrak{M}_{ij}}{J}$, $\sum \frac{\mathfrak{M}_{i'}}{J}$, $\sum \frac{\mathfrak{M}}{J}$ przez obliczone w przykładzie I mianowniki wzorów dla H , R_A i M_A^0 , dochodzimy do następujących tablic, zawierających rzędne odpowiednich linii wpływowych (rys. 326).

TABLICA XII (R_A)

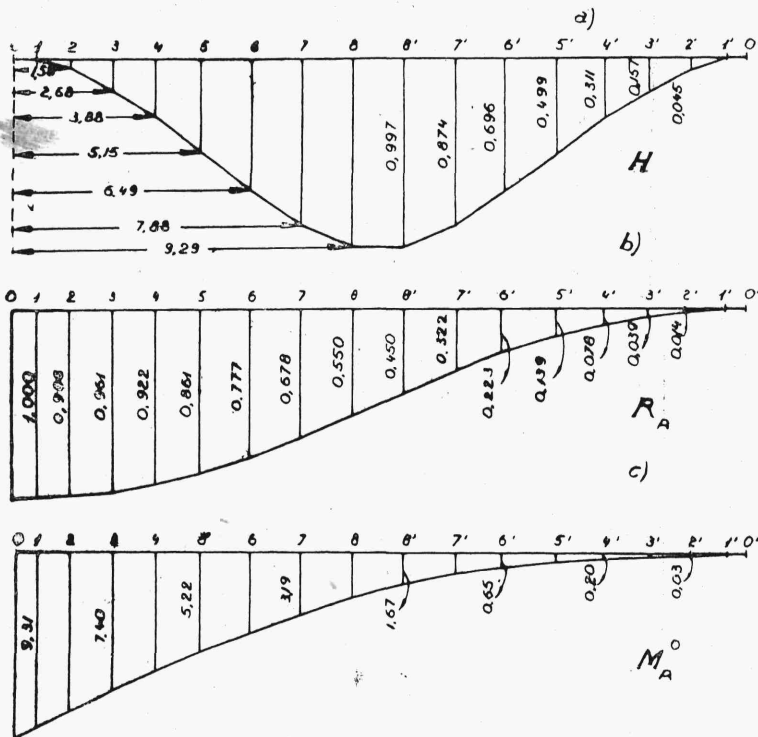
Nr. klina	η_A	Nr.klina	η_A
1	1,000	8'	0,450
2	0,986	7'	0,322
3	0,961	6'	0,223
4	0,922	5'	0,139
5	0,861	4'	0,078
6	0,777	3'	0,039
7	0,678	2'	0,014
8	0,550	1'	0,000

TABLICA XIII (M_A^0)

Nr. klina	η_M	Nr. klina	η_M
1	9,31	8'	1,67
2	8,35	7'	1,03
3	7,40	6'	0,65
4	6,35	5'	0,38
5	5,22	4'	0,20
6	4,17	3'	0,08
7	3,19	2'	0,03
8	2,28	1'	0,00

TABLICA XIV (H)

Nr. klina	η_{lH}	Nr. klina	η_{lH}
1	0,000	5	0,499
2	0,045	6	0,696
3	0,157	7	0,874
4	0,311	8	0,997



Rys. 326.

Linie wpływowe momentów rdzeniowych M_i^g i M_i^d w dowolnym punkcie łuku otrzymać możemy na podstawie wzorów:

$$\begin{aligned}\eta_M^g &= \eta_M + \eta_A \cdot x'_g - \eta_H \cdot y'_g - 1 \cdot a_1 \\ \eta_M^d &= \eta_M + \eta_A \cdot x'_d - \eta_H \cdot y'_d - 1 \cdot a_1\end{aligned}\quad (600)$$

odpowiadających równaniu

$$M = M_A^0 + R_A \cdot x' - Hy' - M$$

(a_1 oznacza tu, jak poprzednio, odległość punktu zaczepienia siły l na lewo od danego przekroju)

W równaniach (600) zapomocą liter x'_g, x'_d, y'_g, y'_d zostały oznaczone współrzędne punktów, ograniczających rdzeń danego przekroju łuku. W danym wypadku np. dla punktu 4 mamy $x'_g = -6,218$, $y'_g = -0,483$ m.

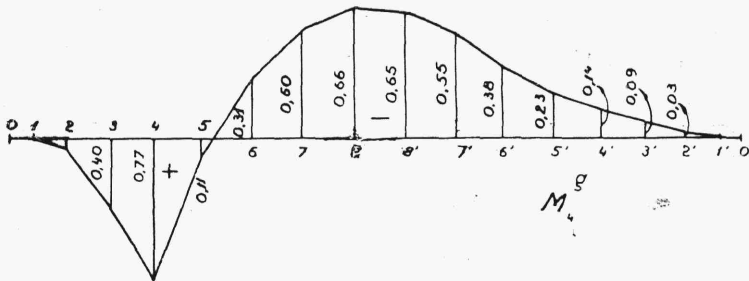
Rzędne linii wpływowej momentu M_4^g równają się odpowiednio:

$$\eta_3 = 7,40 - 0,96 \cdot 6,218 + 0,157 \cdot 0,483 - 1,10 = +0,402 \text{ m.}$$

$$\eta_4 = 6,35 - 0,922 \cdot 6,218 + 0,311 \cdot 0,483 - 0 = +0,772 \text{ m.}$$

$$\eta_5 = 5,22 - 0,861 \cdot 6,218 + 0,499 \cdot 0,483 - 0 = +0,111 \text{ m.}$$

i t.d.



Rys. 327.

Ostatecznie umieszczamy rzędne linii wpływowej M_4^g (moment rdzeniowy górny w przekroju 4) w następującej tablicy XV i przedstawiamy tę linię na rys. 327.

TABLICA XV (M_4^g)

Nr. klina	η_M^g	Nr. klina	η_M^g
1	+ 0,00	8'	— 0,65
2	+ 0,04	7'	— 0,55
3	+ 0,40	6'	— 0,38
4	+ 0,77	5'	— 0,23
5	+ 0,11	4'	— 0,14
6	— 0,31	3'	— 0,09
7	— 0,60	2'	— 0,03
8	— 0,66	1'	0,00

Przykład III. (Linje wpływowe łuku dwuprzegubowego). Mamy łuk dwuprzegubowy (żelazny) o osi kolistej, rozpiętości $l = 21,1$ m. i strzałce $f = 1,668$ m. Wyniosłość łuku, czyli stosunek $\frac{f}{l} = \frac{1}{12,5}$ promień łuku $R = 33,813$ m, pole przekroju $A = 0,03889$ m², $J = 0,00218166$ m⁴.

Każdą połowę łuku dzielimy na 8 części, równe każda 1,340 m, a rzędne i odcięte punktów ograniczających otrzymane w ten sposób odcinki obliczamy ze wzorów (589) i umieszczamy w następującej tablicy:

TABLICA XVI.

Nr. odcinka	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	x	y	y^2
0	0,3120	0,9501	0 000	0,000	0,000
1	0,2740	0,9618	1,285	0,396	0,157
2	0,2356	0,9718	2,584	0,734	0,539
3	0 1970	0,9804	3,889	1,025	1,051
4	0,1580	0 9875	5,208	1,265	1,600
5	0,1187	0,9929	6 537	1,448	2,097
6	0,0792	0,9969	7,872	1,583	2,506
7	0,0396	0,9993	9,211	1,664	2,769
8	0,000	1,000	10,550	1,688	2,849

W danym wypadku rzędne i odcięte x i y są liczone nie dla środków klinów, lecz dla ich końców (prawych w lewej połowie łuku), co zwalnia nas wprawdzie od potrzeby wyznaczenia położenia środków klinów, lecz wymaga większej ostrożności przy przybliżonem wyznaczeniu całek. I w danym wypadku jednak zastępujemy całki przez sumy zwykłe.

Wypełnia ny wzór (567):

$$H = \frac{\int_0^s \frac{M_{ox} y ds}{J}}{\int_0^s \frac{y^2 ds}{J} + \int_0^s \frac{ds}{A}}$$

odniesiony do osi, mających początek w środku lewego przegubu.

Wobec tego, że łuk ma przekrój stały, możemy napisać, że

$$H = \frac{\int_0^s M_{ox} y ds}{\int_0^s y^2 ds + \int_0^s \frac{J}{A} ds} \quad (601)$$

lub, że:

$$H = \frac{\sum_0^s M_{ox} \cdot y}{\sum_0^s y^2 + \sum_0^s \frac{J}{A}} \quad (602)$$

Ponieważ stosunek $\frac{J}{A} = \frac{0,00218166}{0,03889} = 0,05615 \text{ m}^2$

więc $\sum_0^s \frac{J}{A} = 2 \cdot 8 \cdot 0,05615 = 0,9000 \text{ m}^2$.

Sumę $\sum y^2$ otrzymujemy z tablicy XVI; równa się ona $\sum_0^s y^2 = 24,287 \text{ m}^2$ (rzędna y_8 wchodzi w tę sumę tylko raz jeden, gdyż współrzędne liczone są tylko dla końców klina).

Ostatecznie mamy, że mianownik wzoru (602) równa się:

$$\sum_0^s y^2 + \sum_0^s \frac{J}{A} = 25,187 \text{ m}^2$$

Przy obliczeniu wzoru (602) dla poszczególnych rzędnych linii H , korzystamy z następujących tablic XVII, XVIII i analogicznych.

W tablicach tych a_1 oznacza podobnie jak w poprzednich przykładach odległość przekroju, dla którego obliczamy H (przekrój pod ciężarem 1) od wszystkich przekrojów na prawo, zaś $R_A = 1 \cdot \frac{l-x}{l}$ jest odpowiednią reakcją lewej podpory.

TABLICA XVII (Nr. 3)

Nr. klina	$\mathfrak{M} =$ $= 1 \cdot a_1$	$R_A \cdot x =$ $= \frac{l-x}{l} \cdot x$	$M_0 =$ $= R_A \cdot x - \mathfrak{M}$	y	$M_0 \cdot y$
1		104,9	104,9	0,396	41,5
2		210,9	210,9	0,734	155,2
3		317,4	317,4	1,025	325,4
4	131,9	425,0	293,1	1,265	376,0
5	264,8	533,2	268,4	1,448	388,0
6	398,3	642,1	243,8	1,583	402,0
7	532,2	752,0	219,8	1,664	365,0
8	666,1	862,0	195,9	1,688	330,0
7'	800,0	972,0	172,0	1,664	286,1
6'	933,9	1184,0	148,1	1,583	235,0
5'	1067,4	1190,0	122,6	1,448	177,5
4'	1200,3	1196,0	95,7	1,265	121,2
3'	1332,2	1406,0	73,8	1,025	75,6
2'	1462,7	1512,0	49,8	0,734	36,6
1'	1592,6	1619,0	26,4	0,396	10,4
					$\Sigma M_0 y = 33,255$

TABLICA XVIII (Nr. 7)

Nr. klina	$\mathfrak{M} =$ $= 1 \cdot a_1$	$R_A \cdot x =$ $= \frac{l-x}{l} \cdot x$	$M_0 =$ $= R_A \cdot x - \mathfrak{M}$	y	$M_0 \cdot y$
1		72,3	72,3	0,396	28,7
2		145,5	145,5	0,734	106,8
3		218,9	218,9	1,025	224,0
4		293,3	293,3	1,265	371,0
5		357,5	357,5	1,448	519,2
6		442,9	442,9	1,583	700,2
7		518,1	518,1	1,664	862,0
8	133,9	594,0	460,1	1,688	767,0
7'	267,8	669,0	401,2	1,664	666,1
6'	401,7	744,0	342,3	1,583	549,3
5'	585,2	820,0	294,8	1,448	426,8
4'	668,1	894,0	226,1	1,265	286,0
3'	800,0	970,0	170,0	1,025	174,1
2'	930,5	1044,0	113,5	0,734	83,2
1'	1060,4	1106,0	45,6	0,396	18,1
					$\Sigma M_0 y = 57,82$

Dzieląc sumy ostatniej rubryki powyższych tablic przez wartość mianownika wzoru (602), otrzymujemy rzędne linii wpływowej dla H , które umieszczamy w tablicy następującej:

TABLICA XIX (η_H)

Nr. klina	η_H	Nr. klina	η_H
1 i 1'	0,458	5 i 5'	1,955
2 i 2'	0,900	6 i 6'	2,172
3 i 3'	1,306	7 i 7'	2,306
4 i 4'	1,663	8 i 8'	2,351

Przystępujemy do wyznaczenia linii wpływowej dla naprężeń w górnej i dolnej krawędzi poszczególnych przekrojów.

We wzorach:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W}$$

obliczamy oddzielnie wyrazy pierwsze i drugie. Wartości drugich wyrazów zawarte są w następującej tablicy XX.

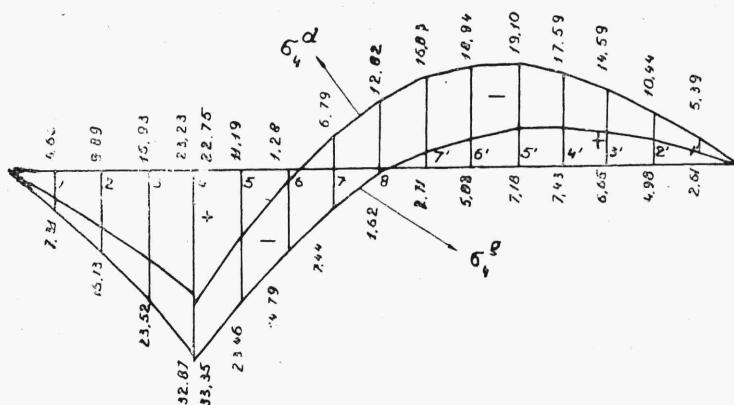
TABLICA XX $\left(\frac{M}{W}\right)$

Nr. klinu	\mathfrak{M}	$R_A \cdot x_4$	$H \cdot y_4$	$M = R_A \cdot x_4 -$ $- H \cdot y_4 - \mathfrak{M}$	$\pm \frac{M}{W}$
1	392,3	489,0	57,8	— 38,9	\mp 5,986
2	262,3	457,3	113,6	— 81,3	\mp 1,2510
3	131,9	424,6	164,8	— 128,2	\mp 1,9726
4	0,0	392,2	209,9	— 182,3	\mp 2,8050
5		359,4	246,8	— 112,6	\mp 1,7326
6		326,5	274,3	— 52,2	\mp 8,032
7		293,2	291,1	— 2,1	\mp 0,323
8		260,4	296,8	+ 36,4	\pm 5,601
7'		227,6	291,1	+ 63,5	\pm 9,771
6'		194,3	274,3	+ 80,0	\pm 12,310
5'		161,4	246,8	+ 85,4	\pm 13,140
4'		128,6	209,9	+ 81,3	\pm 12,510
3'		95,8	164,8	+ 69,0	\pm 10,617
2'		63,5	113,6	+ 50,1	\pm 7,709
1'		31,8	57,8	+ 26,0	\pm 4,001

Wartości wyrazów $\frac{N}{A}$ (po redukcji na nity) zamieszczamy w tablicy XXI.

TABLICA XXI $\left(\frac{N}{A}\right)$

Nr. klina	$R_A \cdot \sin \varphi_4$	$H \cos \varphi_4$	$l \cdot \sin \varphi_4$	$N = R_A \sin \varphi +$ $+ H \cos \varphi - \mathfrak{N}$	$\frac{N}{A}$
1	0,148	0,451	0,158	— 0,411	— 1,329
2	0,139	0,887	0,158	— 0,868	— 2,617
3	0,129	1,287	0,158	— 1,258	— 3,792
4	0,119	1,638	—	— 1,599	— 4,821
				— 1,757	— 5,291
5	0,109	1,927	—	— 2,036	— 6,138
6	0,099	2,141	—	— 2,240	— 6,753
7	0,089	2,272	—	— 2,361	— 7,118
8	0,079	2,317	—	— 2,396	— 7,224
7	0,069	2,272	—	— 2,341	— 7,058
6	0,059	2,141	—	— 2,200	— 6,633
5	0,049	1,927	—	— 1,976	— 5,958
4	0,039	1,638	—	— 1,677	— 5,058
3	0,029	1,287	—	— 1,316	— 3,968
2	0,019	0,887	—	— 0,906	— 2,732
1	0,010	0,451	—	— 0,461	— 1,390



Rys. 328.

Ostatecznie rzędne linii wpływowych naprężeń na górnej i dolnej krawędzi przekroju 4 otrzymamy, dodając do siebie odpowiednie cyfry ostatnich rubryk dwóch ostatnich tablic. Rzędne te są wypisane na rys. 328.