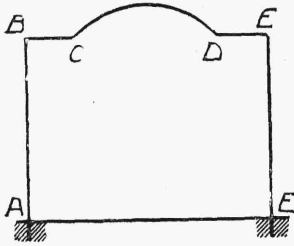


Obliczenie łuku jedno-przegubowego odbywa się w ten sposób, że rozpatrujemy oddzielnie odkształcenie każdej z jego obydwóch części rozdzielonych przegubem. Obliczamy więc dla każdej z tych części pionowe (v_1 i v_2) i poziome (u_1 i u_2) przesunięcie przegubu, jako funkcję wielkości statycznie niewyznaczalnych R_A i H , poczem ustawiamy równania $u_1 = u_2$, $v_1 = v_2$, z których wymienione wielkości wyznaczamy.



Rys. 312.

Przy obliczaniu ram, zawierających części zakrzywione (rys. 312), ogólny sposób obliczenia ram zmieniamy tylko o tyle, że przy wyznaczeniu odkształceń poszczególnych prętów ramy, dla części zakrzywionych korzystamy ze wzorów (535), (536) i (530).

Możemy tu również postąpić w ten sposób, jak to jest wskazane w przykładzie obliczenia ramy na str. 316.

7. Obliczenie największych naprężeń normalnych w łukach.

Ostatecznym celem obliczenia łuku jest obliczenie największych mogących w nim powstać naprężeń i porównanie ich z naprężeniami dopuszczalnymi. Do wyznaczenia naprężeń, przed ustaleniem ostatecznych wymiarów łuku musimy rozporządzać chociażby przybliżonemi jego wymiarami. Wymiary te otrzymujemy zwykle ze wzorów opartych na statystyce łuków wykonanych (wzory empiryczne). Dla łuków kamiennych i betonowych korzystać tu możemy np. z następującego wzoru Séjourné'go ¹⁾ dla grubości łuków mostowych w zworniku (w metrach):

$$h_0 = \alpha(1 + \sqrt{l}) \mu$$

gdzie l oznacza rozpiętość łuku;

$\alpha = 0,15$ dla mostów drogowych,

$\alpha = 0,18$ „ „ kolejowych,

$\mu = 1$ „ łuków półkolistych,

$\mu = \frac{4}{3 + 2\frac{f}{l}}$ dla łuków o małej wyniosłości.

¹⁾ P. Séjourné, „Grandes voûtes“ III, 1913, str. 343.

Prócz tego dosyć rozpowszechnionemi są wzory Croizette — Desnoyers'a:

$$h_0 = 0,15 + 0,15 \sqrt{l} \quad (\text{dla obciążenia drogowego})$$

$$h_0 = 0,20 + 0,17 \sqrt{l} \quad (\text{dla obciążenia kolejowego})$$

We wzorach tych rozpiętość łuku należy wyrażać w metrach.

Dla łuków wyniosłych (przy $\frac{f}{l} > \frac{1}{2}$) stosować można następujący wzór Résal'a:

$$h_0 = 0,15 + 0,20 \cdot \frac{l}{2\sqrt{f}} \quad (\text{metry})$$

Dla wyznaczenia grubości łuku w innych przekrojach, poza zworni. kowym, korzystamy często ze wzoru:

$$h = \frac{h_0}{\cos \varphi} \quad (571)$$

gdzie kąt φ określa położenie danego przekroju łuku (vid. rys. 286). W łukach o znacznej wyniosłości przekroje mogą zmieniać się według wzoru (571) przeważnie tylko do $\varphi = 60^\circ$. Grubość łuku zmienia się również nieraz według równania prostej lub paraboli. W łukach żelaznych wysokość przekroju łuku przeważnie pozostaje niezmienną i równa się około $\frac{1}{30} - \frac{1}{50}$ rozpiętości.

W paragrafie 3 ustalono, że zamiast ścisłego wzoru dla naprężeń (521), możemy w większości wypadków stosować wzór:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \quad (572)$$

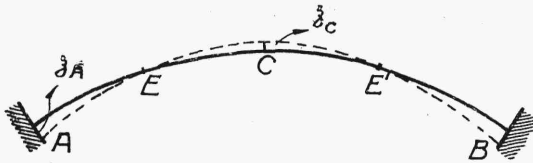
który też przyjmujemy za punkt wyjścia do dalszych rozważań. Wchodzące we wzór ten wielkości N i M uzależnione są od siebie przez wzór: $M = N \cdot \xi$, gdzie ξ oznacza mimośród siły N . Obliczywszy ξ dla poszczególnych przekrojów łuku i odłożywszy je od osi we właściwy sposób, wyznaczamy linię ciśnień.

Aby we właściwy sposób odłożyć od osi łuku mimośrod ξ , należy rozumować w sposób następujący:

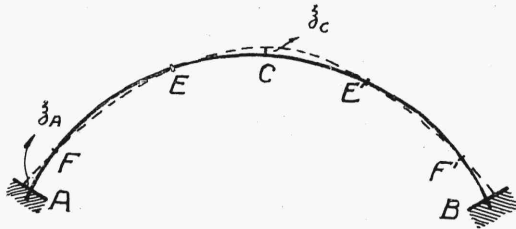
Przypuśćmy, że chodzi o odłożenie mimośrodu ξ siły N w przekroju łuku w punkcie K (rys. 297, 299). Wobec przyjętego na rys. 299 kierunku momentów zginających, dodatni moment M_α powoduje w przekroju K ściskanie powyżej osi i wyciąganie poniżej jej (ujemny zaś naodwrot). Ponieważ pozatem siła normalna N wywołuje równomierne ściskanie całego przekroju, wobec tego część przekroju powyżej osi musi być ściskana więcej, niż część położona poniżej osi. Z reguły nierównomiernego ściskania wynika więc, że siła N musi być położona w części bardziej naprężonej, czyli że ξ należy odłożyć do góry.

Analogicznie należałoby postępować, rozpatrując, zamiast części AK łuku (rys. 297) jego część KB .

W myśl założeń poczynionych w paragrafie 1 siłę N uważamy za dodatnią, gdy jest ścisakającą. W łukach odwróconych (w mostach wiszących) siła ta może być ujemną, czyli wyciąkającą.



Rys. 313.



Rys. 314.

W łukach niezbyt wyniosłych i przy obciążeniu ciąglem stałem linia ciśnień ma kształt przedstawiony na rys. 313. Linia ta przechodzi w zworniku powyżej osi, w wezłowie zaś poniżej. W łukach bardziej wyniosłych przy tem samym obciążeniu linia ciśnień dwukrotnie przecina oś łuku, przyczem zarówno w wezłowie, jak w zworniku, linia ta przechodzi powyżej osi (rys. 314).

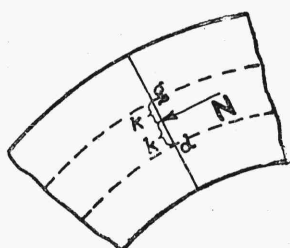
Obciążenie ruchome wymaga przy wyznaczeniu największych naprężeń normalnych wykreślenia linii wpływowych (paragraf następny). Linie te mogą być wykonane albo bezpośrednio dla naprężeń według wzoru (572), albo dla tak zwanych momentów rdzeniowych, proporcjonalnych do największych naprężeń normalnych w danym przekroju. Momenty rdzeniowe są to momenty, działające na dany przekrój łuku, liczone względem jednego z jego punktów rdzeniowych (a nie względem środka przekroju). Aby dowieść, że momenty te są proporcjonalne do naprężeń

normalnych na krawędziach łuku w danym przekroju, przekształcamy odpowiednio wzory dla ściskania mimośrodowego:

$$\sigma_g = \frac{N}{A} + \frac{Mz}{J} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$$

$$\sigma_d = \frac{N}{A} - \frac{Mz}{J} = \frac{N}{A} - \frac{M}{W}$$

Ponieważ z jednej strony $\frac{J}{z} = W$, z drugiej zaś $W = A \cdot k$, gdzie k oznacza odległość punktu rdzeniowego od osi łuku (rozdział X, 2, wzór 312) czyli t. zw. promień rdzenia, więc



$$k = \frac{J}{Az}$$

Bierzemy momenty względem punktów rdzenia w danym przekroju (górnego i dolnego, rys. 315):

Rys. 315.

$$M_g = M - N \cdot k = M - N \cdot \frac{J}{Az} \quad (573)$$

$$M_d = M + N \cdot k = M + N \cdot \frac{J}{Az}$$

Rozwiązujemy oba równania (573) względem momentu osiowego M :

$$M = M_g + N \cdot \frac{J}{Az} \quad (574)$$

$$M = M_d - N \cdot \frac{J}{Az} \quad (574')$$

Wstawiamy wartość (574') momentu M we wzór dla σ_g , a wartość (574) we wzór dla σ_d :

$$\sigma_g = \frac{N}{A} + \frac{Mz}{J} = \frac{N}{A} + \frac{M_d z}{J} - \frac{N J z}{A z J} = \frac{M_d z}{J} \quad (575)$$

$$\sigma_d = \frac{N}{A} - \frac{Mz}{J} = \frac{N}{A} - \frac{M_g z}{J} - \frac{N J z}{A z J} = - \frac{M_g z}{J} \quad (576)$$

W razie niesymetrycznego przekroju łuku

$$\sigma_g = \frac{N}{A} + \frac{M}{J} \cdot z_g \quad (577)$$

$$\sigma_d = \frac{N}{A} - \frac{M}{J} \cdot z_d \quad (578)$$

gdzie z_g i z_d oznaczają odpowiednio odległości od osi łuku do górnej i dolnej jego krawędzi. Promienie rdzenia równają się tu:

$$k_d = \frac{J}{A \cdot z_g} \quad k_g = \frac{J}{A \cdot z_d}$$

W sposób analogiczny do tylko co podanego dochodzimy do wzorów:

$$\sigma_g = \frac{M_d z_g}{J} = \frac{M_d}{W_g} \quad \sigma_d = - \frac{M_g z_d}{J} = - \frac{M_g}{W_d} \quad (579)$$

Wynika stąd, iż zamiast linii wpływowej dla naprężenia na krawędzi łuku, wystarczy wykreślić linię wpływową dla odpowiedniego momentu rdzeniowego.

Poza siłami bezpośrednio zaczepionymi do łuku sprężystego, w łuku statycznie niewyznaczalnym mogą wywołać naprężenia również przyczyny następujące:

- 1°, różnica między temperaturą zamknięcia łuku a temperaturą w chwili jej stanu najwyższego lub najniższego,
- 2°, skurcz betonu w łukach betonowych,
- 3°, skrócenie się osi łuku wskutek działania sił zewnętrznych,
- 4°, osiadanie podpór łuku.

Przyrost temperatury, wymieniony pod 1°, wywołałby przesunięcie jednej podpory łuku względem drugiej, o ileby przesunięcie takie było możliwe. Wobec tego, że warunki podparcia np. łuku bezprzegubowego lub dwuprzegubowego nie pozwalają na takie przesunięcie, w łuku powstaje dodatkowy rozpór, który jest już objęty wzorem (542). Dotyczy to wypadku, gdy temperatura całego łuku zmienia się równomiernie. Spadek temperatury wywołuje w łuku zwiększenie największych naprężeń wyciągających, mających zwykle miejsce w okolicy zwornika. Z tego powodu spadek temperatury otoczenia łuku jest dla łuków kamiennych i betonowych, posiadających małą wytrzymałość na wyciąganie, niebezpieczniejszy niż podniesienie się temperatury. Dotyczy to warunków przeciętnych.

O ile temperatura otoczenia wzrosła od strony grzbietu łuku o t_1^0 , a od strony podniebienia o t_2^0 , to zwykle zakładamy, że wewnątrz łuku zmienia się ona w granicach od t_2^0 do t_1^0 w sposób linjowy. Przyrost temperatury na osi łuku będzie się równał w razie symetrycznego przekroju łuku $t^0 = \frac{t_1^0 + t_2^0}{2}$. Wielkość tę należy wstawić zamiast t^0 we wzory (535)

i (536) dla przesunięć pewnego punktu łuku K , a co zatem idzie i we wzór (542). Aby uwzględnić wpływ nierównomierności wahań temperatury na obydwóch krawędziach łuku, porównujemy ze sobą wydłużenia tych krawędzi.

Jeżeli przez s_1 i s_2 oznaczmy odpowiednio długości krawędzi grzbietowej i podniebieniowej od przekroju A do przekroju K (rys. 299) łuku, to różnica przyrostów tych wydłużeń wyniesie $\alpha(s_1 t_1 - s_2 t_2)$, wskutek czego kąt nachylenia przekroju K względem przekroju A będzie się równał:

$$\omega_t = \alpha \frac{(s_1 t_1 - s_2 t_2)}{h}$$

gdzie h oznacza wysokość przekroju poprzecznego łuku.

Wzór ten przy $t_1 = t_2 = t$ daje dla ω_t wartość $\frac{\alpha t (s_1 - s_2)}{h}$, którą jed-

nak przy obliczeniu łuków zwykle pomijamy. Z równą więc ścisłością możemy w razie nierównomiernych wahań temperatury przyjąć, że $s_1 = s_2$ czyli że możemy przyjąć wzór przybliżony:

$$\omega_t = \pm \frac{\alpha s (t_1 - t_2)}{h} \quad (580)$$

gdzie s oznacza długość odcinka łuku AK .

Wielkość ω_t należy uwzględnić we wzorach (530) i następnych.

Kurczenie się betonu, jako rezultat jego wysychania, wywołuje taki sam efekt, jak obniżenie się temperatury, wobec czego może być ono ujęte przy obliczeniu łuków, jako obniżenie się temperatury o pewną liczbę stopni (np. o 10°). W podobny sposób rzecz ma się, gdy chodzi o skrócenie się osi łuku wskutek działania sił wewnętrznych. Wahanía temperatury, które uwzględniać mamy przy obliczeniu łuków, bywają zwykle ustalane przez pewne przepisy budowlane. Wynoszą one przeważnie dla łuków

