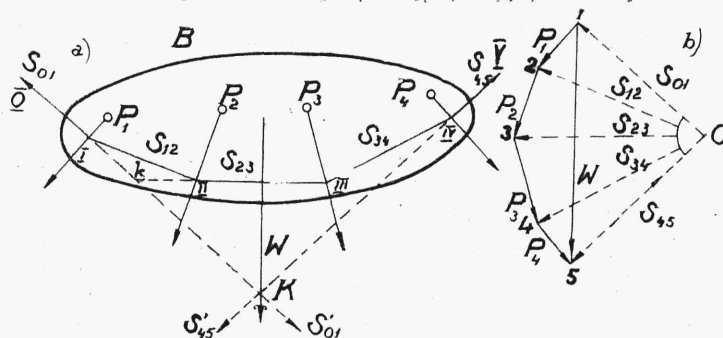


3. Wielobok sznurowy i jego własności.

O ile siły, działające na bryłę, nie przecinają się ze sobą w granicach rysunku, wówczas wielobok sił pozwala jedynie na wyznaczenie wielkości wypadkowej i jej zwrotu, nie określa jednak sposobu jej zaczepienia. W celu wyznaczenia tego ostatniego postępujemy, jak niżej.



Rys. 25.

Bierzemy układ sił P_1, P_2, P_3, P_4 , zaczepionych do bryły B , i wykreślamy wielobok sił dla tego układu, jednocześnie wyznaczając wypadkową W , co do kierunku, wielkości i zwrotu. (rys. 25). Obieramy pewien dowolny punkt O w płaszczyźnie wieloboku sił i łączymy go ze wszystkimi wierzchołkami tego wieloboku za pomocą prostych $OI, OII, OIII$ i t.d. zwanych promieniami wieloboku sił. Punkt O nazywamy jego biegunem.

W dalszym ciągu z dowolnego punktu I linii działania siły P_1 przeprowadzamy prostą OI równoległą do promienia OI oraz prostą II równoległą do promienia OII , z punktu II przeprowadzamy prostą równoległą do promienia $OIII$ i t.d. Otrzymujemy tą drogą wielobok $O I II III IV V$, zwany wielobokiem sznurowym.

Punkt K przecięcia się skrajnych boków OI i $IV V$ wieloboku sznurowego jest punktem, przez który przechodzi wypadkowa W wszystkich sił układu P .

Aby dowieść, że istotnie przeprowadzona w ten sposób siła W jest wypadkową układu sił P , rozkładamy ją na kierunki OI i $IV V$. Korzystamy w tym celu z trójkąta sił 105 (rys. 25b) i dochodzimy do sił S'_{01} i S'_{45} . Prócz tego zaczepiamy w punktach I i IV siły S_{01} i S_{45} , równe odpowiednio siłom S'_{01} i S'_{45} , co do wielkości i kierunku oraz przeciwne co do zwrotów.

Ponieważ siła W jest wypadkową sił S'_{01} i S'_{45} , a siły te znoszą się z siłami S_{01} i S_{45} , więc o ile te ostatnie siły znoszą się również z układem sił P_1, P_2, P_3, P_4 , będzie to oznaczać, iż układ S'_{01} i S'_{45} jest równoznaczny z układem sił P_1, P_2, P_3, P_4 , a stąd wynikać będzie w dalszym ciągu,

iż siła W zaczepiona w punkcie K jest również wypadkową i tego ostatniego układu.¹⁾

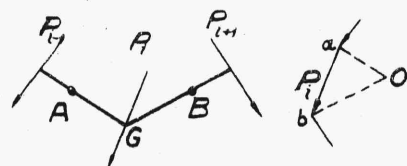
Sprawdzamy, czy układ sił S_{01} S_{45} równoważy się, rzeczywiście, z układem sił P_1 , P_2 , P_3 , P_4 . W tym celu znajdujemy wypadkową sił S_{01} i P_1 . Wypadkowa ta, czyli siła S_{12} , musi przejść przez punkt I , a na podstawie trójkąta sił $OI2$ należy również twierdzić, że będzie ona skierowana wzdłuż prostej II , wchodzącej w skład wieloboku sznurowego. Siła S_{12} będzie miała zwrot od II do I lub (na wieloboku sił) od O do 2 . Siłę tę przenosimy wzdłuż linii jej działania do punktu II i tu dodajemy ją do siły P_2 w sposób analogiczny do poprzedniego, wyznaczając wypadkową S_{23} . Postępując w dalszym ciągu w ten sam sposób znajdujemy jeszcze siły S_{34} i S_{45} skierowane wzdłuż odpowiednich boków wieloboku sznurowego.

W ten sposób, dodając do siebie siły obydwóch układów S_{01} , S_{45} oraz P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , doszliśmy do dwóch równych sobie sił S_{45} , działających wzdłuż tej samej prostej IVV ze zwrotami przeciwnymi, a więc do sił, znoszących się wzajemnie. Możemy więc twierdzić, że układ sił S_{01} , S_{45} znosi się z układem P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , co też było celem naszego rozumowania i z czego wynika, jak było powiedziane wyżej, że siła W jest wypadkową tego ostatniego układu.

Podany sposób wyznaczania wypadkowej pewnego układu sił nie zależy, oczywiście, ani od wyboru punktu O , ani też od wyboru punktu I , gdyż dany układ sił może mieć jedną tylko wypadkową. Sposób powyższy może być stosowany do dowolnej grupy kolejnych sił, działających na daną bryłę. Wypadkowa tej grupy zawsze będzie przechodziła przez punkt przecięcia się tych boków wieloboku sznurowego, które są dla danej grupy sił skrajniami. A więc np. w układzie przedstawionym na rys 25 wypadkowa dwóch sił P_1 i P_2 przejdzie przez punkt k przecięcia się boków wieloboku sznurowego OI i $II III$.

Wielobok sznurowy i wielobok sił nazywamy wielobokami wzajemnymi wobec tego, że każdemu bokowi wieloboku sił odpowiada wierzchołek kąta w wieloboku sznurowym i odwrotnie.

Przez dwa punkty można przeprowadzić nieograniczoną liczbę wieloboków sznurowych, odpowiadających różnym biegunom.



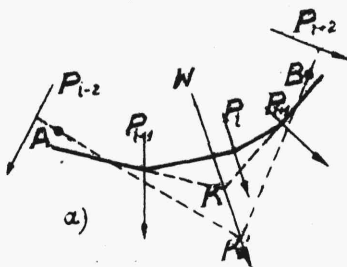
rys. 25.

Przypuśćmy więc, iż chcemy przeprowadzić wielobok sznurowy przez dwa punkty A i B , oddzielone od siebie jedną tylko siłą P_i (rys. 26). W tym celu przeprowadzamy przez punkty A i B dwie proste, przecinające się w punkcie G na wektorze siły P_i . Przeprowadzamy na odpowiednim wielo-

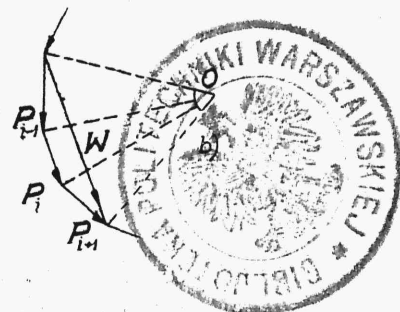
¹⁾ Równowaga w wieloboku przegubowego (łańcuchowego) omówiona jest w rozdz. XIII.

boku sił proste, równoległe do prostych GA i GB i znajdujemy punkt ich przecięcia się. Punkt ten uważamy za biegun i wykreślamy dla niego. i dla danego układu sił wielobok sznurowy, który w ten sposób musi przejść przez punkty A i B . Liczba punktów O , które znajdujemy powyższą drogą, a więc i liczba odpowiednich wieloboków sznurowych jest tu oczywiście niczem nieograniczona.

O ile między punktami A i B , przez które przeprowadzamy wielobok sznurowy, zaczepiona jest pewna grupa sił zewnętrznych, wówczas rozwiązanie zadania musimy rozpocząć od wyznaczenia wypadkowej tych sił (rys. 27). Robimy to za pomocą wieloboku sznurowego, odpowiadającego dowolnemu biegunowi O . Końcowe boki tego dowolnego wieloboku przecinają się ze sobą w punkcie K , przez który więc przechodzi wypadkowa W sił, zawartych między A i B .



rys. 27



W dalszym ciągu bierzemy na linii działania siły W dowolny punkt K' i przeprowadzamy przez ten punkt dwie proste AK' i BK' . Na wieloboku sił wykreślamy z punktów ograniczających wektor W dwa promienie równoległe do AK' i BK' i, znalazłszy biegun O' , jako punkt ich przecięcia się, wykreślamy odpowiedni wielobok sznurowy. Ponieważ boki AK' i BK' tego wieloboku przejdą przez dwa dane punkty, zadanie jest więc rozwiązane. Liczba możliwych wieloboków sznurowych jest tu nieograniczona, gdyż liczba punktów K' jest dowolna (nowy biegun nie jest umieszczony na rysunku).

Jeżeli dwa boki wieloboku, odpowiadającego danemu układowi sił mają być równoległe do dwóch danych kierunków, wówczas na wieloboku, sił, przeprowadzamy przez odpowiednie jego wierzchołki proste równoległe do tych kierunków. Punkt przecięcia się tych prostych określa biegun poszukiwanego wieloboku sznurowego. Z konstrukcji wieloboku wynika, że może on być tylko jeden dla danego układu sił i dla dwóch danych kierunków. Zadanie znajduje zastosowanie przy wykreślaniu linii ciśnień w łuku (rozdział XIII).

Wykonanie dla danego układu sił wieloboku sznurowego, przechodzącego przez trzy dane punkty, wymaga zastosowania tak zwanego twierdzenia osi biegunowej, które brzmi jak następuje:

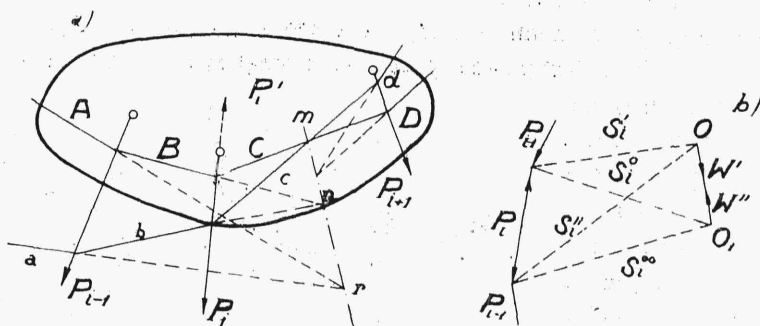
Jeżeli dla danego układu sił wykreślimy dwa wieloboki sznurowe odpowiadające dwu różnym biegunom, to odpowiednie boki obydwóch



nr. 138

wieloboków będą się wzajemnie przecinały na prostej, zwanej osią biegunową i równoległej do prostej łączącej oba dane bieguny.

Aby uzasadnić powyższe twierdzenie, bierzemy (rys. 28) fragment $ABCD$ wieloboku sznurowego odpowiadającego biegunowi O_1 i fragment $abcd$ wieloboku sznurowego wykreślonego dla tegoż układu sił i odpowiadającego biegunowi O .



Rys. 28.

nowi O . Między bokami B i C lub b i c obydwóch wieloboków zawarta jest siła P_i przedstawiona na rysunku 28b, jako jeden z boków wieloboku sił.

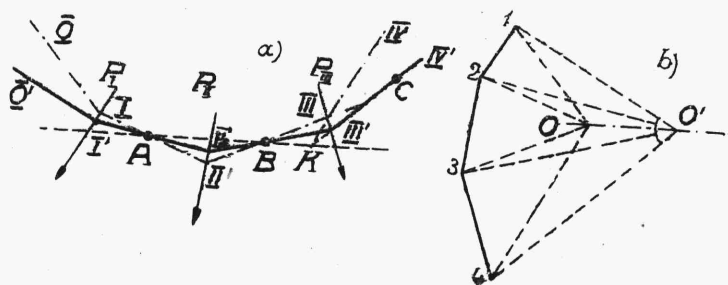
Przypuśćmy narazie, że na daną bryłę wzdłuż jednej i tej samej prostej działają tylko dwie siły, P_i oraz P_i' , równe, co do wielkości, i różne co do zwrotów (rys. 28a). Pod działaniem takiej grupy sił bryła będzie się znajdowała w stanie równowagi.

Rozkładamy siłę P_i (rys. 28a) na kierunki b i c (siły S_i' i S_i'') oraz siłę P_i' na kierunki B i C (siły S_i^0 i S_i^{00}). Wobec tego, iż siły P_i i P_i' znoszą się wzajemnie, musi równoważyć się też układ czterech sił S_i' , S_i'' , S_i^0 , S_i^{00} , a więc wypadkowa W' dwóch z nich (S_i' działającej wzdłuż b i S_i^0 działającej wzdłuż B) musi się znieść z wypadkową W'' drugich dwóch (S_i'' działającej wzdłuż c i S_i^{00} działającej wzdłuż C), przy czem każda z nich równa się, co do swej wielkości, odcinkowi OO_1 . Ponieważ wypadkowa W' przejść musi przez punkt n przecięcia się kierunków B i b , a wypadkowa W'' przez punkt m przecięcia się kierunków C i c , i ponieważ siły W' i W'' , jako równoważące się wzajemnie, muszą działać wzdłuż tej samej prostej równoległej do OO_1 , jako do odpowiedniego boku trójkąta sił, muszą więc one działać wzdłuż prostej mn , równoległej do OO_1 .

Wynika stąd, że boki B i b oraz C i c przecinają się wzajemnie na prostej równoległej do OO_1 .

Przechodząc od jednej pary boków dwóch wieloboków sznurowych do następnej, łatwo dowieść możemy, że na prostej mn przecinają się wzajemnie wszystkie odpowiednie boki dwóch rozpatrywanych wieloboków sznurowych.

Wyzyskanie twierdzenia osi biegunowej do przeprowadzenia wieloboku sznurowego dla danego układu sił przez trzy dane punkty A , B i C odbywa się w sposób następujący (rys. 29).



Rys. 29.

Wykreślamy wielobok sznurowy dla danych sił P_I , P_{II} , P_{III} w ten sposób, aby przeszedł on przez dwa (A i B) z trzech danych punktów. Wieloboków tego rodzaju może być liczba nieograniczona. Niech będzie punkt O biegunem jednego z nich.

Poszukujemy teraz takiego wieloboku sznurowego dla danych sił, któryby, poza punktami A i B , przechodził również i przez punkt C . Poszczególne boki nowego wieloboku muszą przecinać się z odpowiednimi bokami wykreślonego już wieloboku $O I II III IV$ w ten sposób, aby odpowiednie boki obydwóch wieloboków przecinały się na prostej równoległej do prostej $O O'$. Ponieważ zarówno boki III i $II III$ wieloboku, odpowiadającego biegunowi O , jak i odpowiednie boki $I' II'$ i $II' III'$ nowego wieloboku, odpowiadającego biegunowi O' , muszą przechodzić przez punkty A i B , więc i oś biegunowa przejść musi przez dwa te punkty, pokrywając się w ten sposób z kierunkiem AB .

Na prostej AB , jako na osi biegunowej, musi znajdować się również punkt przecięcia się boków $III IV$ i $III' IV'$ obydwóch wieloboków sznurowych. Znajdujemy więc punkt K przecięcia się boku $III IV$ z osią biegunową, poczem znajdujemy prostą KC , jako kierunek boku $III' IV'$ wieloboku, przechodzącego przez punkty A, B, C . Ponieważ biegun O' tego ostatniego wieloboku leżeć musi, z jednej strony, na prostej $O O'$ równoległej do osi biegunowej, z drugiej zaś, na promieniu $O'A$ odpowiedniego wieloboku sił równoległym do $III' IV'$ czyli do prostej KC , więc biegun ten znajdujemy, jako przecięcie się prostych $O O'$ i $O'A$.

Wielobok sznurowy, odpowiadający biegunowi O' i rozpoczęty w punkcie C , będzie odpowiadał warunkom zadania. O ileby między punktami A i B lub B i C była zawarta cała grupa sił, wówczas zadanie rozpoczęlibyśmy od wyznaczenia wypadkowej tej grupy, poczem rozwiązanie zadania nie różniłoby się już od poprzedniego.