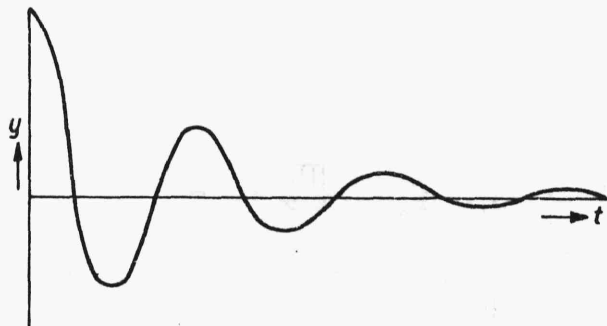


Rozwiązanie tego równania jest możliwe w postaci szeregu. Na rys. 7.29 przedstawiono przebieg funkcji $y = f(t)$ w postaci krzywej zanikających wahań, której amplituda z upływem czasu maleje do zera.

W tym przypadku rozważając ciecz lepką mamy do czynienia ze zjawiskiem zanikania ruchu po pewnym czasie wskutek oporów hydraulicznych.



Rys.7.29

7.6.3. UDERZENIE HYDRAULICZNE W PRZEWODACH

Uderzeniem hydraulicznym nazywamy nagłą zmianę ciśnienia spowodowaną zmianą prędkości w czasie przepływu cieczy w przewodzie pod ciśnieniem.

Z zagadnieniem uderzenia hydraulicznego związany jest ruch nieustalony, w którym należy uwzględnić ściśliwość cieczy i sprężystość przewodu, ponieważ mamy do czynienia z dość dużymi przyrostami ciśnienia.

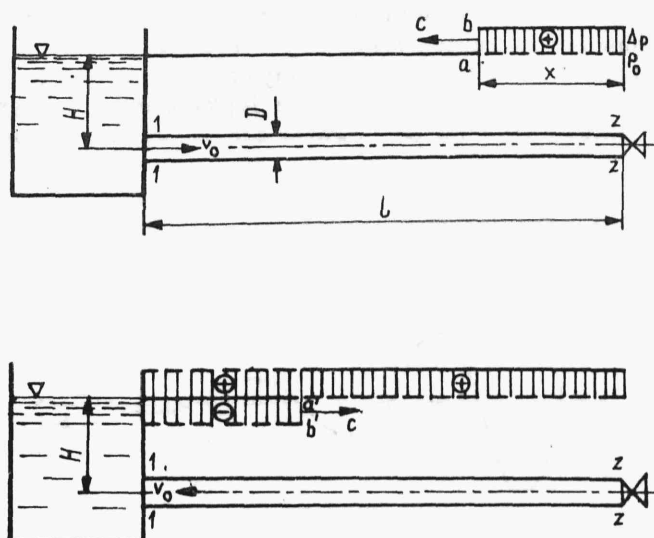
Uderzenie hydrauliczne może mieć miejsce np. w przewodach wodociągowych i zasilających turbiny przy nagłym zamknięciu lub otwarciu zaworu, przy uruchomieniu lub zatrzymaniu turbiny.

W przypadku gdy zmniejszenie prędkości wskutek zamknięcia zaworu powoduje przyrost ciśnienia, uderzenie nazywamy dodatnim. Jeżeli zaś przy otwarciu zaworu nastąpi spadek ciśnienia, to uderzenie nazywamy ujemnym.

Zmiany wielkości ciśnienia przy uderzeniu hydraulicznym wywołane są bezwładnością masy cieczy płynącej przewodem i są tak duże, że w obliczeniach będzie można pominąć opory hydrauliczne w przewodzie jako wielkości porównywalnie bardzo małe.

1. Uderzenie hydrauliczne przy nagłym zamknięciu zaworu

Rozpatrzmy przepływ cieczy przewodem o długości l i średnicy D (rys.7.30) przyłączonym do zbiornika zasilającego. Na końcu przewodu umieszczony jest zawór.



Rys.7.30

Zadaniem naszym będzie obliczenie przyrostu ciśnienia powstającego przy nagłym zamknięciu zaworu w końcu przewodu. Jako nagłe zamknięcie zaworu przyjmuje się zamknięcie w czasie $t_z = 0$.

Założenie nagłego zamknięcia zaworu jest abstrakcyjne, gdyż w praktyce jest potrzebny pewien czas dla zamknięcia zaworu $t_z > 0$, co zostanie uwzględnione w dalszych naszych rozważaniach.

Zaniedbujemy opory, lecz uwzględniamy ściśliwość cieczy i sprężystość przewodu.

Przyjmujemy ponadto, że pojemność zbiornika jest tak duża, iż zmiany przepływu w przewodzie nie wpływają na poziom wody w zbiorniku, tzn. $H = \text{const}$.

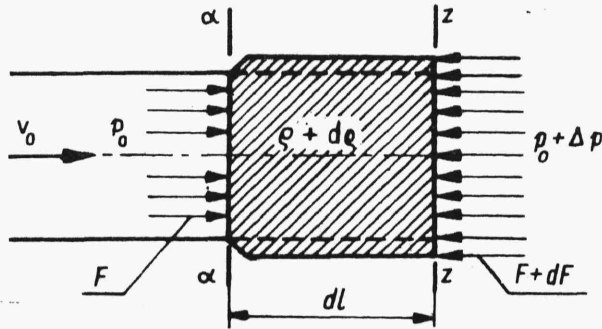
Rozpatrzmy przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego przy nagłym zamknięciu zaworu.

Przyjmujemy, że do chwili zamknięcia zaworu był ruch ustalony z prędkością v_0 .

W chwili zamknięcia zaworu, dzięki ściśliwości cieczy i sprężystości przewodu nie nastąpi nagłe zatrzymanie ruchu na całej długości przewodu, lecz ciecz będzie się zatrzymywała stopniowo na coraz to dłuższym odcinku oddalonym o x od przekroju wylotowego Z-Z rurociągu, powodując przyrost ciśnienia p_0 o Δp (rys.7.30).

Na pozostałej długości $l - x$ będzie panowało jeszcze ciśnienie p_0 , gęstość ρ_0 i prędkość v_0 do momentu zatrzymania się cieczy na całej długości $x = l$. Przesuwanie się masy cieczy zatrzymanej nazywamy rozchodzeniem się fali uderzeniowej, zaś prędkość czoła fali a-b prędkością c rozchodzenia się fali uderzeniowej.

Po czasie dt od chwili nagłego zamknięcia zaworu cieczone zostane zatrzymana w końcu przewodu na długości dl . W warstwie tej wskutek spadku prędkości do zera nastąpi przyrost ciśnienia o Δp i gęstości o $d\rho$ przy jednoczesnym przyroście przekroju poprzecznego przewodu o dF (rys.7.31).



Rys.7.31

Masa cieczone zatrzymanej na odcinku dl jest równa

$$(\rho + d\rho)(F + dF)dl,$$

zaś zmiana pędu

$$(\rho + d\rho)(F + dF)dl\Delta v,$$

popęd w danych warunkach jest równy

$$(F + dF)\Delta p dt.$$

Z prawa równości przyrostu pędu i popędu wynika, że

$$(\rho + d\rho)(F + dF)dl\Delta v = -(F + dF)\Delta p dt.$$

Po wymnożeniu i pominięciu wielkości małych wyższego rzędu otrzymamy

$$\Delta p = -\rho\Delta v \frac{dl}{dt},$$

gdzie: $\Delta v = v_2 - v_1 = 0 - v_0$,

$\frac{dl}{dt} = c$ - prędkość przesuwania się czoła fali uderzeniowej,
 v_0 - prędkość cieczy przed zamknięciem zaworu.

Przyrost ciśnienia Δp przy nagłym zamknięciu zaworu napiszemy w postaci wzoru Żukowskiego

$$\Delta p = \rho v_0 c \quad (7.48)$$

lub

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{c v_0}{g} = \Delta H, \quad (7.48')$$

gdzie ΔH - przyrost naporu przy nagłym zamknięciu zaworu.

Pokazane na rys.7.30 czoło fali uderzeniowej a-b przesuwa się w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu z prędkością c i po czasie $t = \frac{l}{c}$ fala uderzenia dodatniego dochodzi do zbiornika (przekrój 1-1). W tym momencie cała ciecz znajdująca się w przewodzie została sprężona (wskutek przyrostu ciśnienia o Δp) i następuje ruch cieczy w odwrotnym kierunku. Powrotna lub odbita fala przemieszcza się od zbiornika do zaworu w postaci fali ujemnego uderzenia ze spadkiem ciśnienia Δp . W miarę przesuwania się czoła fali powrotnej zanika za nią przyrost ciśnienia, a wskutek pominięcia oporów prędkość cieczy będzie równa v_0 i zwrócona (do zbiornika) przeciwnie do prędkości czoła fali powrotnej.

Czas przebiegu prostej (od zaworu do zbiornika) i odbitej fali uderzeniowej nazywany jest okresem lub fazą uderzenia hydraulicznego

$$T = \frac{2l}{c},$$

gdzie T - faza uderzeniowa.

W czasie $t = T = \frac{2l}{c}$ od zamknięcia zaworu, w całym przewodzie będzie panowało ciśnienie p_0 , gęstość ρ , a prędkość v_0 będzie skierowana w stronę zbiornika.

Po czasie równym fazie uderzenia dodatniego $T = \frac{2l}{c}$ rozpocznie się spadek ciśnienia o Δp , czyli tzw. uderzenie ujemne.

Czoło fali uderzenia ujemnego będzie posuwać się w stronę zbiornika zmniejszając po drodze ciśnienie o Δp . Po czasie $t = \frac{3l}{c}$ czoło fali dojdzie do zbiornika. W całym przewodzie ciecz zostanie zatrzymana, a ciśnienie będzie równe $p_0 - \Delta p$. Na skutek różnicy ciśnień nastąpi wypływ cieczy ze zbiornika do przewodu i za czołem fali ustali

się ciśnienie p_0 , gęstość ρ_0 i prędkości cieczy w kierunku zaworu v_0 . Po czasie $t = \frac{4l}{c}$ czoło fali dojdzie do zaworu i parametry ciśnienia, gęstości i prędkości cieczy będą identyczne jak w momencie zamknięcia zaworu.

Przebieg zmian ciśnienia w przekroju zaworu z-z pokazany jest na rys.7.32.



Rys.7.32

Z powyższych rozważań wynika, że okres zmian oraz przyrosty ciśnienia nie zależą od czasu. Jednak w rzeczywistości okres zmian i ich amplituda nie są jednakowe, a z biegiem czasu maleją i w końcu zanikają. Przyczyną tego są opory hydrauliczne, które w rozważaniach zostały pominięte.

2. Prędkość rozchodzenia się fali uderzeniowej

Dla określenia prędkości c rozchodzenia się fali uderzeniowej rozpatrzmy warstwę zatrzymanej cieczy o długości dl , w przewodzie o średnicy d i grubości ścianek e (rys.7.31).

Ciecz w tej warstwie została zatrzymana w czasie dt od chwili zamknięcia zaworu.

Masa cieczy w rozpatrywanej warstwie przed zamknięciem zaworu była równa

$$\rho F dl,$$

a po czasie dt od zamknięcia zaworu

$$(\rho + d\rho)(F + dF) dl.$$

stąd przyrost masy

$$dM = (\varphi + d\varphi)(F + dF)dl - \varphi F dl.$$

Z prawa ciągłości wynika, że przyrost masy jest równy masie dM , która dopłynęła do tej warstwy w czasie dt , a więc

$$dM = \varphi v_o F dt.$$

Porównując prawe strony tych równań napiszemy

$$(\varphi + d\varphi)(F + dF)dl - \varphi F dl = \varphi v_o F dt.$$

Po wymnożeniu i wyeliminowaniu wielkości $d\varphi$ dF jako malej wyższego rzędu otrzymamy

$$v_o = c \left(\frac{d\varphi}{\varphi} + \frac{dF}{F} \right). \quad (7.49)$$

Różniczki w nawiasie wyrazimy z zależności wynikających ze ściśłości ciecży i sprężystości przewodu.

Wyrażenie $\frac{d\varphi}{\varphi}$ można wyznaczyć w zależności od współczynnika ściśłości ciecży K ze wzoru

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = \frac{\Delta p}{K}. \quad (7.50)$$

Dla określenia $\frac{dF}{F}$ traktując przewody jako rury cienkościenne korzystamy z prawa Hooke'a

$$d\sigma = E \frac{dD}{D}, \quad (7.51)$$

gdzie: $d\sigma$ - przyrost naprężeń obwodowych w ścianach przewodu, spowodowany przyrostem ciśnienia o Δp ,

E - współczynnik sprężystości materiału przewodu (moduł Younga),

dD - przyrost średnicy przewodu.

Przyrost parcia, który może przekroczyć wytrzymałość przewodu, jest równy $dF = \Delta p(D + dD)dl$.

Pomijając dD w porównaniu ze średnicą D otrzymamy

$$dF = D \Delta p dl.$$

Stąd przyrost naprężeń obwodowych, działających w płaszczyznach podłużnego przekroju przewodu będzie równy

$$d\sigma = \frac{dP}{2e \, dl} = \frac{D \, \Delta p \, dl}{2e \, dl} = \frac{\Delta p \, D}{2e}, \quad (7.52)$$

gdzie e - grubość ścianek przewodu.

Porównując zależności (7.51) i (7.52) otrzymamy

$$\frac{dD}{D} = \frac{\Delta p \, D}{2E \, e}. \quad (7.53)$$

Korzystając z powyższych zależności napiszemy

$$\frac{dF}{F} = \frac{dD^2}{D^2} = \frac{2 \, dD}{D} = \frac{\Delta p \, D}{E \, e}. \quad (7.54)$$

Po wprowadzeniu zależności (7.50) i (7.54) do równania (7.49) otrzymamy

$$v_o = c \, \Delta p \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{e \, E} \right).$$

Uwzględniając, że

$$\Delta p = \varrho \, v_o \, c$$

możemy ostatecznie napisać wzór na obliczenie prędkości rozchodzenia się fali uderzeniowej w postaci

$$c = \sqrt{\frac{K}{\varrho}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{D \, K}{e \, E}}}. \quad (7.55)$$

Dla rurociągu niesprężystego $E \rightarrow \infty$

$$c = \sqrt{\frac{K}{\varrho}}, \quad (7.56)$$

prędkość rozchodzenia się fali uderzeniowej jest równa prędkości rozchodzenia się dźwięku w danym ośrodku sprężystym.

Wartości współczynników ścisłości dla wody i sprężystości dla niektórych materiałów podane są w tablicy 7.15.

Tablica 7.15

Lp.	Materiały	$E(K) \left[\frac{N}{m^2} \right]$	$\frac{K}{E}$
1	Woda	$2,03 \cdot 10^9$	-
2	Rury stalowe	$2,06 \cdot 10^{11}$	0,01
3	Rury żeliwne	$9,81 \cdot 10^{10}$	0,02
4	Rury betonowe	$1,96 \cdot 10^{10}$	0,1
5	Rury drewniane	$9,81 \cdot 10^9$	0,21
6	Rury ołowiane	$4,9 \cdot 10^9 - 1,96 \cdot 10^8$	$0,4 \div 10$

3. Uderzenie hydrauliczne przy stopniowym zamknięciu zaworu

Rozpatrywany przypadek nagłego zamknięcia zaworu przy założeniu, że czas zamknięcia $t_z = 0$ jest, jak wiemy, praktycznie nieosiągalny. W rzeczywistości zamykanie zaworu wymaga pewnego czasu $t_z > 0$.

W chwili zamknięcia zaworu następuje przy zaworze wzrost ciśnienia o Δp . Fala uderzenia dodatniego przemieszcza się w kierunku zbiornika i po czasie $\frac{T}{2} = \frac{l}{c}$ w postaci odbitej fali dociera do zaworu po czasie $T = \frac{2l}{c}$.

Wzrost ciśnienia będzie trwał do chwili, gdy fala odbita od zbiornika dojdzie do zaworu. Jeżeli więc całkowity czas zamknięcia zaworu jest mniejszy od fazy uderzeniowej, tj. $t_z < \frac{2l}{c}$, to przyrost ciśnienia w przekroju z-z osiągnie wartość taką samą jak przy nagłym zamknięciu, tzn. $\Delta p = \rho c v_0$. Jeżeli czas całkowitego zamknięcia będzie większy od fazy uderzenia hydraulicznego, tj. $t_z > \frac{2l}{c}$, to w tym przypadku fala odbita przechodzi do przekroju wylotowego z-z wcześniej niż zawór zostanie zamknięty. W tym przypadku fala ujemnego uderzenia zmniejsza ciśnienie w przewodzie, wskutek czego przyrost ciśnienia będzie w zasadzie mniejszy od przyrostu osiąganego przy nagłym zamknięciu.

W zależności od czasu zamknięcia zaworu rozróżniamy dwa rodzaje uderzenia hydraulicznego:

a. Uderzenie proste, gdy

$$t_z < \frac{2l}{c}.$$

W tym przypadku przyrost ciśnienia osiągnie wartość maksymalną $\Delta p_{\max} = \rho c v_0$ w chwili $t = t_z$ całkowitego zamknięcia zaworu.

b. Uderzenie nieproste, gdy

$$t_z > \frac{2l}{c}.$$

Zjawiska uderzenia nieprostego zachodzące w przewodach są na ogół bardzo złożone i nie zostały jeszcze dotychczas całkowicie wyjaśnione.

Do obliczenia przyrostu ciśnienia dla uderzenia nieprostego stosowany jest wzór Michaud w postaci

$$\Delta p = \frac{2 \rho v_0 l}{t_z}. \quad (7.57)$$

Stosowane są również wzory empiryczne, jak np. wzór Morozowa, dla uderzenia nieprostego dodatniego

$$\Delta p = \frac{2C}{2 - C} \gamma H \quad (7.58)$$

oraz wzór Czertousowa dla uderzenia nieprostego ujemnego

$$\Delta p = \frac{2C}{1 + C} \gamma H, \quad (7.59)$$

$$\text{gdzie } C = \frac{v_0 l}{g H t_z}. \quad (7.60)$$

4. Sposoby osłabienia uderzenia hydraulicznego

Wywołane przez uderzenie hydrauliczne przyrosty ciśnienia mogą osiągnąć bardzo duże wartości, szczególnie przy uderzeniu prostym.

Dla zmniejszenia nadmiernych przyrostów ciśnienia należy zabezpieczyć te rurociągi, które są szczególnie narażone na działanie uderzeń hydraulicznych.

Do środków stosowanych dla zapobiegania i osłabienia uderzenia hydraulicznego można zaliczyć następujące: powolne zamykanie lub otwieranie zaworów, zmniejszenie długości przewodu, zbiorniki powietrzne, zawory bezpieczeństwa, wieże wyrównawcze.

a. Powolne zamykanie lub otwieranie zaworów

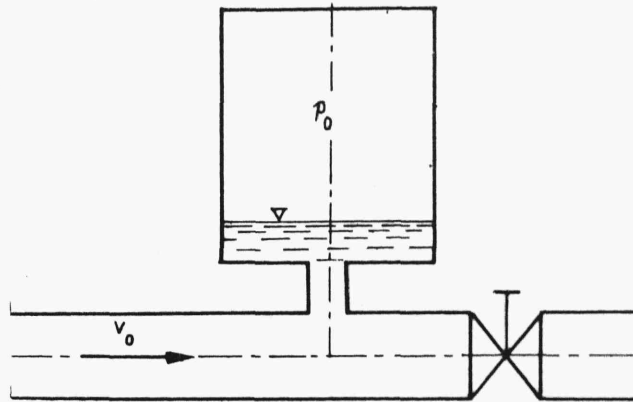
Przy powolnym zamykaniu zaworów, tj. gdy $t_z > \frac{2l}{c}$ występuje nieproste uderzenie hydrauliczne, przy którym przyrost ciśnienia jest mniejszy niż przy uderzeniu prostym.

b. Zmniejszenie długości przewodu

Im krótszy jest rurociąg, tym mniejsza jest siła uderzenia hydraulicznego. Również i w tym przypadku przy $l < \frac{c t_z}{2}$ występować będzie zjawisko uderzenia nieprostego.

c. Zbiorniki powietrzne

Działanie zbiornika powietrznego (rys.7.33) polega na tym, że po zamknięciu zaworu ciecz nie zostaje gwałtownie zahamowana lecz wpły-



Rys.7.33

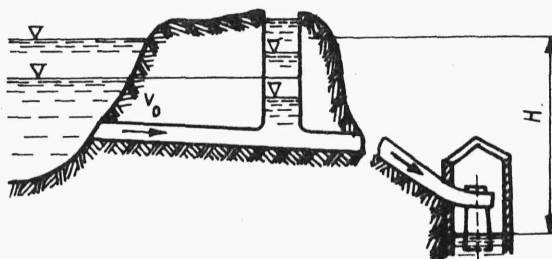
wa do zbiornika przenosząc wzrost ciśnienia do objętości powietrza nad zwierciadłem cieczy. Po jakimś czasie ta nadwyżka ciśnienia powoduje ruch wsteczny cieczy i osłabienie efektu uderzenia hydraulicznego.

d. Zawory bezpieczeństwa

Obecnie stosowane są specjalne zawory, które otwierają się automatycznie, gdy ciśnienie w przewodzie przekracza dopuszczalną wartość. Wypływ cieczy przez zawór powoduje spadek ciśnienia w rurociągu.

e. Wieże wyrównawcze

Dla osłabienia uderzenia hydraulicznego w przewodach i sztolniach stosowane są wieże wyrównawcze (rys.7.34). Są to zbiorniki wodne o swobodnym zwierciadle montowane przed zaworem i działające podobnie, jak zbiorniki powietrzne. Po zamknięciu zaworu ciecz wpływa do wieży wyrównawczej, która łagodzi skutki uderzenia hydraulicznego w przewodzie.



Rys.7.34

Przykład 7.9. Przewodem żelbetowym o średnicy $D = 1000$ mm, długości $l = 3200$ m, grubości ścianek $e = 20$ cm płynie woda o temperaturze $t = 20^\circ\text{C}$ i wydatku $Q = 3,5$ m³/s:

Obliczyć przyrost ciśnienia przy nagłym zamknięciu zaworu umieszczonego na końcu przewodu zasilającego turbinę wodną oraz czas zamknięcia zaworu odpowiadający uderzeniu prostemu.

Rozwiązanie. Średnia prędkość przepływu

$$v_0 = \frac{4Q}{D^2} = \frac{4 \cdot 3,5}{3,14 \cdot 1} = 4,45 \text{ m/s}.$$

Prędkość rozchodzenia się fali uderzeniowej:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\varrho}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{D}{e} \frac{K}{E}}},$$

$$K = 2,096 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2, \quad \frac{K}{E} = 0,1, \quad \varrho = 998 \text{ kg/m}^3,$$

$$c = \sqrt{\frac{2,096 \cdot 10^9}{998}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{100}{20} \cdot 0,1}} = 1172 \text{ m/s}.$$

Przyrost ciśnienia przy uderzeniu prostym

$$\Delta p = \varrho c v_0 = 998 \cdot 1172 \cdot 4,45 = 52,15 \text{ bar}.$$

Faza uderzeniowa

$$T = \frac{2l}{c} = \frac{2 \cdot 3200}{1 \cdot 1172} = 5,5 \text{ s}.$$

Czas zamknięcia zaworu przy uderzeniu prostym

$$t_z < T = 5,5 \text{ s.}$$

Przykład 7.10. Przewodem stalowym o średnicy $D = 500 \text{ mm}$, długości $l = 5000 \text{ m}$ i grubości ścianki $e = 10 \text{ mm}$ płynie woda w ilości $Q = 0,54 \text{ m}^3/\text{s}$.

Określić przyrost ciśnienia przy założeniu, że czas zamknięcia zaworu nie może być krótszy niż 20 s . Temperatura wody 10°C .

Rozwiązanie. Średnia prędkość przepływu

$$v_o = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,54}{\pi \cdot 0,5^2} = 2,76 \text{ m/s.}$$

Prędkość rozchodzenia się fali uderzeniowej $c = \frac{\sqrt{\frac{K}{\varrho}}}{\sqrt{1 + \frac{D}{e} \frac{K}{E}}}$.

Dla wody o temperaturze 10°C

$$\sqrt{\frac{K}{\varrho}} = 1425 \text{ m/s.}$$

Stosunek $\frac{K}{E}$ dla wody i rur stalowych

$$\frac{K}{E} = 0,01.$$

Prędkość rozchodzenia się fali uderzeniowej

$$c = \frac{1425}{\sqrt{1 + \frac{500}{10} \cdot 0,01}} = 1165 \text{ m/s.}$$

Faza uderzeniowa

$$T = \frac{2l}{c} = \frac{2 \cdot 5000}{1165} = 8,6 \text{ s.}$$

Ponieważ czas zamknięcia $t_z \geq 20 \text{ s}$, to mamy przypadek uderzenia nieprostego

$$t_z > T.$$

Dla uderzenia nieprostego dodatniego przyrost ciśnienia obliczymy ze wzoru Michaud

$$\Delta p = \frac{2 \varrho L v_o}{t_z} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 5000 \cdot 2,76}{20} = 13,8 \text{ bar.}$$

Przykład 7.11. Obliczyć przyrost ciśnienia w przewodzie elektrowni wodnej wywołany zatrzymaniem turbiny, jeżeli dane są następujące wielkości:

- długość przewodu $l = 80 \text{ m}$,
- prędkość przepływu $v_o = 2,4 \text{ m/s}$,
- prędkość fali uderzeniowej $c = 850 \text{ m/s}$,
- napór wody w zbiorniku $H = 50 \text{ m H}_2\text{O}$,
- czas zatrzymania turbiny $t_z = 2 \text{ s}$.

Rozwiązanie. Obliczamy całkowity czas przebiegu fali uderzeniowej od turbiny do wlotu przewodu i z powrotem

$$T = \frac{2l}{c} = \frac{2 \cdot 80}{850} = 0,188 \text{ s.}$$

Ponieważ

$$t_z = 2 \text{ s} > T = 0,188 \text{ s},$$

to mamy do czynienia z uderzeniem nieprostym dodatnim.

Przyrost ciśnienia obliczymy ze wzoru Morozowa w postaci

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{2C}{2 - C} H,$$

$$\text{gdzie } C = \frac{l v_o}{g H t_z} = \frac{80 \cdot 2,4}{9,81 \cdot 50 \cdot 2} = 0,196$$

i ostatecznie

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{2 \cdot 0,196}{2 - 0,196} \cdot 50 = 10,9 \text{ m H}_2\text{O}.$$