

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0,$$

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}, \quad (4.24)$$

$$\frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}.$$

Warunek $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$ określa przepływ niewirowy, potencjalny. A zatem stała w równaniu Bernoulliego jest taka sama dla całego pola przepływu i równanie to może być stosowane dla przepływu potencjalnego w całej rozciągłości, a więc bez żadnych ograniczeń.

Warunek $\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}$ przedstawia nam równanie linii prądu.

Z tego wniosek, że stała w równaniu Bernoulliego będzie inna dla każdej linii prądu, zachowując tę samą wartość jedynie wzdłuż danej linii prądu. Równaniem Bernoulliego możemy się w tym przypadku posługiwać i dla ruchu wirowego stosując je osobno dla każdej linii wirowej.

Warunek $\frac{\omega_x}{v_x} = \frac{\omega_y}{v_y} = \frac{\omega_z}{v_z}$ określa charakter przepływu. Jest to jedynie przypadek kiedy równanie Bernoulliego możemy stosować dla całego pola przepływu pomimo, że ruch cieczy jest wirowy. Ma to miejsce wówczas, kiedy kierunek linii wirowej jest zgodny z kierunkiem linii prądu. W strumieniu, w którym linie prądu i linie wirowe pokrywają się ze sobą, mamy ruch śrubowy.

4.7. RÓWNANIE BERNOULLIEGO DLA GAZÓW

Rozważając przepływ gazów zaniedbujemy siły masowe, gdyż nie wywierają one istotnego wpływu na przepływ gazów

$$X = Y = Z = 0.$$

Uwzględniając powyższe w równaniach Eulera (4.4) otrzymujemy:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Pomnożymy pierwsze równanie przez $dx = v_x dt$, drugie przez $dy = v_y dt$ i trzecie przez $dz = v_z dt$, a następnie dodamy stronami

$$v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$

lub

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) = - \frac{dp}{\rho}$$

Całkując, otrzymamy całkę Bernoulliego dla gazów

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{v^2}{2} = C \quad (4.25)$$

lub

$$\int \frac{dp}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{const.}$$

Przyjmujemy związek między ciśnieniem i gęstością dla przemiany adiabatycznej, odpowiadającej z dostatecznym przybliżeniem niektórym zjawiskom zachodzącym przy przepływie gazów

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const} \quad \text{lub} \quad \frac{p}{\gamma^\kappa} = C$$

i otrzymujemy

$$\int \frac{dp}{\gamma} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\gamma} + \text{const.}$$

Po podstawieniu tej całki do równania (4.19) otrzymamy równanie Bernoulliego dla gazów w przemianie adiabatycznej wzdłuż strumienia

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} = \text{const} \quad (4.26)$$

lub

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\gamma} = \text{const.} \quad (4.27)$$

Rozważając strumień gazu, napiszemy równanie Bernoulliego dla dwóch przekrojów w postaci

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_2}{\rho_2} . \quad (4.28)$$

Równanie ciągłości dla gazów można przedstawić w postaci

$$Q_M = \rho_1 F_1 v_1 = \rho_2 F_2 v_2 = \text{const.} \quad (4.29)$$

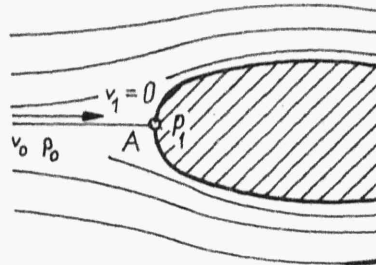
W tej zależności symbol Q_M oznacza wydatek masowy gazu.

5. ZASTOSOWANIE RÓWNIANIA BERNOULLIEGO I ZASADY IŁOŚCI RUCHU

5.1. POMIARY PRĘDKOŚCI I WYDATKU

5.1.1. RURKA PITOTA I PRANDTLA

Jeżeli do jednostajnego strumienia płynu o prędkości v_0 i ciśnieniu p_0 zostanie wprowadzona przeszkoda w postaci ciała zanurzonego, to wówczas bezpośrednio przed nią następuje spiętrzenie przepływu oraz opływ rozdzielonych strug dokoła tej przeszkody (rys.5.1). W punkcie A znajdującym się w środku obszaru spiętrzenia, zwanym punktem wejścia, prędkość przepływu jest równa zero $v_1 = 0$. W pewnej dostatecznie dużej odległości przed przeszkodą prędkość przepływu jest równa prędkości przepływu nie zaburzonego v_0 , a ciśnienie - p_0 . Ciśnienie panujące w punkcie wejścia oznaczamy przez p_1 . Wówczas dla rozpatrywanej linii prądu stosujemy równanie Bernoulliego w postaci



Rys.5.1

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + 0 ,$$