

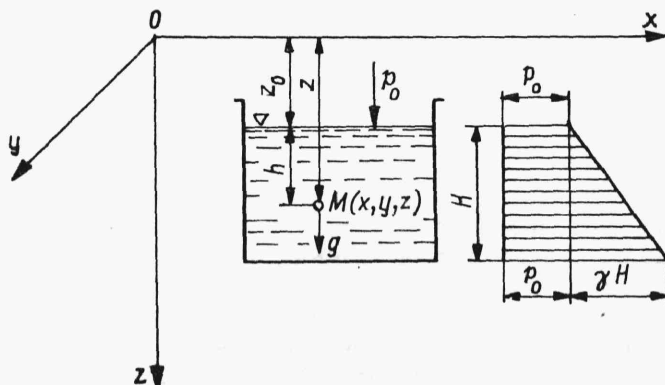
W ten sposób wykazaliśmy, że wektory jednostkowej siły masowej są prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnej w każdym punkcie leżącym na tej powierzchni.)

Jedną z powierzchni jednakowego ciśnienia w płynach barotropowych, których gęstość jest funkcją wyłącznie ciśnienia, jest powierzchnia zwierciadła cieczy lub powierzchnia swobodna. Powierzchnią swobodną cieczy nazywamy powierzchnię oddzielającą ciecz od ośrodka gazowego.

2.5. RÓWNOWAGA CIECZY W JEDNORODNYM POLU GRAWITACYJNYM

Rozważmy bardzo istotny dla praktyki szczególny przypadek równowagi cieczy, znajdującej się pod działaniem siły ciężenia jako jedynej siły masowej w jednorodnym polu grawitacyjnym.

Ciecz znajduje się w nieruchomym naczyniu związanym z prostokątnym układem współrzędnych tak, aby płaszczyzna xy była pozioma a oś z skierowana pionowo w dół (rys.2.4).



Rys.2.4

Składowe jednostkowej siły masowej w dowolnym punkcie $M(x, y, z)$ wynoszą:

$$X = 0; \quad Y = 0; \quad Z = g. \quad (2.7)$$

Podstawiając te wartości do równania (2.2) otrzymujemy różniczkowe równanie rozkładu ciśnienia w obszarze cieczy

$$dp = \rho g dz = \gamma dz. \quad (2.8)$$

Całkując to wyrażenie otrzymamy

$$p = \gamma z + C.$$

Stałą C obliczymy z warunku brzegowego. Na powierzchni swobodnej $z = z_0$ ciśnienie $p = p_0$, czyli

$$p_0 = \gamma z_0 + C$$

lub

$$C = p_0 - \gamma z_0.$$

Ciśnienie w dowolnym punkcie M wynosi

$$p = p_0 + \gamma(z - z_0). \quad (2.9)$$

Jak widać na rys.2.4 głębokość punktu M wynosi

$$h = z - z_0$$

czyli

$$p = p_0 + \gamma h. \quad (2.10)$$

Ciśnienie hydrostatyczne w dowolnym punkcie cieczy w jednorodnym polu grawitacyjnym jest funkcją liniową zagłębienia tego punktu.

Powierzchnię jednakowego ciśnienia otrzymamy, jeżeli przyrównamy różniczkę (2.8) do zera $dp = \gamma dz = 0$, stąd $z = \text{idem}$. A zatem powierzchniami jednakowego ciśnienia w polu grawitacyjnym są płaszczyzny poziome prostopadłe do kierunku działania siły ciężenia.

Jeżeli na swobodnej powierzchni panuje ciśnienie atmosferyczne, wówczas równanie (2.10) przyjmie postać

$$p = p_a + \gamma h.$$

Jeżeli oś x zorientujemy wzdłuż swobodnej powierzchni, wówczas $z_0 = 0$ i równanie (2.9) można przedstawić

$$p = p_0 + \gamma z. \quad (2.11)$$

Dzieląc obie strony równania przez ciężar właściwy, otrzymujemy

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + z. \quad (2.12)$$

Wyrażenie $\frac{p}{\gamma}$ nazywamy wysokością ciśnienia i mierzymy ją wysokością słupa cieczy, co wynika z dzielenia jednostek

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{N}{m^3}} = m.$$

Jako jednostkę ciśnienia przyjmuje się:

a. W międzynarodowym układzie SI przyjmuje się jednostkę ciśnienia o nazwie pascal (Pa), gdzie $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$. W praktyce stosuje się jednostkę większą, zwaną barem, który odpowiada ciśnieniu 750 mm, a więc $1 \text{ bar} = 13\,600 \cdot 0,75 = 10\,200 \text{ kg/cm}^2$.

W układzie SI $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$.

W układzie fizycznym jednostek $1 \text{ bar} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2$.

b. Atmosferę fizyczną oznaczoną symbolem atm, co odpowiada ciśnieniu 760 mm Hg. Przyjmując ciężar właściwy rtęci $Hg = 13\,600 \text{ kg/m}^3$ otrzymamy $p = 13\,600 \cdot 0,76 = 10\,333 \text{ kg/m}^2$, czyli $1 \text{ atm} = 1,033 \text{ kg/cm}^2 = 1,013 \text{ bar}$.

c. Atmosferę techniczną (at) odpowiadającą ciśnieniu 736 mm Hg, czyli $p_a = 13\,600 \cdot 0,736 = 10\,000 \text{ kg/m}^2$ lub $1 \text{ at} = 1 \text{ kg/cm}^2 = 0,981 \text{ bar}$.

W równaniu (2.10) ciśnienie p nazywamy ciśnieniem bezwzględnym (absolutnym), które równe jest ciśnieniu zewnętrznemu p_0 , powiększonemu o ciśnienie słupa cieczy γh . Różnicę zaś ciśnienia bezwzględnego i ciśnienia atmosferycznego nazywamy nadciśnieniem $p_n = p - p_a = \gamma h$.

Podciśnienie równe jest różnicy ciśnienia atmosferycznego i ciśnienia bezwzględnego

$$p_p = p_a - p.$$

2.6. CIECZ W STANIE WZGLĘDNEGO SPOCZYNKU

Stan względnego spoczynku zachodzi wówczas, gdy ciecz razem z naczyniem pozostaje w ruchu ze stałą prędkością lub ze stałym przyspieszeniem.

W rozważonych przypadkach względnego spoczynku cieczy zagadnienie sprowadza się do:

- wyznaczenia rozkładu ciśnienia $p(x,y,z)$ w całej objętości cieczy,
- ustalenia równania swobodnej powierzchni cieczy.