

Ponieważ

$$\Delta V = - \beta_p \Delta p V,$$

a więc przyrost ciśnienia w cylindrze

$$\begin{aligned}\Delta p &= - \frac{\Delta V}{\beta_p V} = - \frac{d^2 h n}{\beta_p D^2 H} = \frac{3,5^2 \cdot 1 \cdot 10}{0,000047 \cdot 25^2 \cdot 20} = \\ &= 208,5 \text{ kG/cm}^2 = 204,54 \text{ bar}.\end{aligned}$$

Parcie na dno cylindra wynosi

$$P = \frac{\pi d^2}{4} \Delta p = \frac{\pi 3,5^2}{4} \cdot 208,5 = 102\,000 \text{ kG} = 1\,000\,620 \text{ N}.$$

Na wałek śruby działa w kierunku poosiowym siła

$$P_w = \frac{\pi d^2}{4} \Delta p.$$

Dla wyznaczenia siły R , jaką należy przyłożyć na obwodzie koła, porównamy pracę wykonaną przez siłę R na obwodzie koła $2\pi a$ z wykonaną przez siłę poosiową

$$R \cdot 2\pi a = \frac{\pi d^2}{4} \Delta p h,$$

a stąd otrzymamy siłę na obwodzie koła

$$R = \frac{\Delta p d^2 h}{8a} = \frac{208,5 \cdot 3,5^2 \cdot 1}{8 \cdot 15} = 22 \text{ kG} = 215,82 \text{ N}$$

1.6. PODSTAWOWE PRAWA GAZÓW

Gazy doskonałe i rzeczywiste. Gazy doskonałe charakteryzują się tym, że siły międzymolekularne są znikome a objętości mole-

kuł są bardzo małe w porównaniu z przestrzenią międzymolekularną. Gazy doskonałe należy traktować jako hipotetyczne, które podlegają prawu Boyle'a-Mariotte'a, Gay-Lussaca lub łącznie równaniu stanu Clapeyrona.

W gazach rzeczywistych działają siły międzymolekularne a odległości między molekułami są mniejsze niż w gazach doskonałych. Dlatego gazy rzeczywiste w większym lub mniejszym stopniu odbiegają od praw odnoszących się do gazów doskonałych, przy czym odchyłki te są tym mniejsze im wyższa jest temperatura i im niższe jest ciśnienie gazu.

Najbardziej zbliżone do gazów doskonałych są gazy jednoatomowe jak hel, argon, neon. Gazy dwuatomowe jak tlen, azot, wodór wykazują pewne nieznaczne odchylenia od gazów doskonałych. Większe odchylenia wykazują gazy wieloatomowe.

Parametry stanu gazów doskonałych przedstawiają związek funkcjonalny pomiędzy ciśnieniem p , objętością właściwą v i temperaturą t w postaci

$$f(p, v, t) = 0.$$

Ciśnienie lub prężność gazu przedstawia siłę działającą na jednostkę powierzchni F siłą normalną P

$$P = \frac{P}{F} \frac{N}{m}.$$

Objętość właściwa jest to stosunek objętości V gazu do jego masy M

$$v = \frac{V}{M} \frac{m^3}{kg}.$$

Prawo Boyle'a-Mariotte'a. Według prawa Boyle'a-Mariotte'a w stałej temperaturze $T = \text{const}$ objętość właściwa w gazu zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do ciśnienia p

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

lub

$$v_1 p_1 = v_2 p_2 = \text{idem}.$$

Dla dowolnej masy M gazu można napisać

$$V_1 p_1 = V_2 p_2 = \text{idem}.$$

Prawo Gay-Lussaca. Przy stałym ciśnieniu $p = \text{const}$ gaz ogrzewany lub ochładzany zwiększa lub zmniejsza swą objętość na każdy stopień o $1/273$ w odniesieniu do objętości jaką posiadał w temperaturze $T = 273 \text{ K}$, czyli

$$w_1 = w_0 + \frac{t_1}{273} \cdot w_0 = w_0 \left(1 + \frac{t_1}{273} \right) = w_0 \frac{T_1}{T_0},$$

gdzie: $\frac{1}{273} = \alpha$ - współczynnik rozszerzalności gazów przy stałym ciśnieniu,

w_0 - objętość właściwa w temperaturze 0°C .

Z powyższego wynika, że

$$\frac{w_1}{w_0} = \frac{T_1}{T_0},$$

analogicznie:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{lub} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Objętość tej samej ilości gazu zmienia się przy stałym ciśnieniu wprost proporcjonalnie do temperatury bezwzględnej.

Równanie Clapeyrona. Korzystając z prawa Boyle'a-Mariotte'a i Gay-Lussaca otrzymamy prawo połączone w postaci równania Clapeyrona, tj. równanie stanu gazu doskonałego. Załóżmy, że ze stanu początkowego określonego parametrami p_1, w_1, T_1 gaz przechodzi przy stałej temperaturze do stanu p_2, w', T_1 . Wówczas z prawa Boyle'a-Mariotte'a otrzymamy związek:

$$p_1 w_1 = p_2 w' \quad \text{lub} \quad w' = w_1 \frac{p_1}{p_2}.$$

Jeżeli natomiast pod stałym ciśnieniem gaz przechodzi ze stanu p_2, w', T_1 do stanu p_2, w_2, T_2 na podstawie prawa Gay-Lussaca:

$$\frac{w'}{w_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \text{czyli} \quad w' = w_2 \frac{T_1}{T_2}.$$

Z połączenia otrzymanych dwóch zależności mamy

$$w_1 \frac{p_1}{p_2} = w_2 \frac{T_1}{T_2},$$

a stąd

$$\frac{p_1 w_1}{T_1} = \frac{p_2 w_2}{T_2} = \text{idem.}$$

A zatem wielkość $\frac{p w}{T}$ dla danego gazu jest stała. Wielkość tę oznacza się przez R ,
a więc

$$\frac{p w}{T} = R = \text{idem},$$

gdzie R - indywidualna stała gazowa $\frac{J}{kg K}$.

Równanie to nazywa się równaniem Clapeyrona lub równaniem stanu gazów doskonałych.

Prawo Avogadra. Zgodnie z prawem Avogadra wszystkie gazy przy tej samej temperaturze i ciśnieniu zawierają w tej samej objętości tę samą ilość molekuł.

W związku z tym masy dwóch gazów znajdujących się w tych samych warunkach fizycznych mają się do siebie jak

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{n m_1}{n m_2} = \frac{V \rho_1}{V \rho_2},$$

gdzie: n - ilość kilogramocząsteczek,

m - masa cząsteczkowa.

Masa cząsteczkowa jest to masa 1 kmola (w kg) gazu o objętości $22,42 m^3$ w normalnych warunkach fizycznych (tj. przy temperaturze 273 K i ciśnieniu 1,013 bar).

Z powyższego równania wynika:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{w_2}{w_1} \quad \text{lub} \quad m_1 w_1 = m_2 w_2 = \text{idem.}$$

A zatem iloczyny objętości właściwej i masy cząsteczkowej są dla wszystkich gazów przy tej samej temperaturze i ciśnieniu jednakowe.

W normalnych warunkach fizycznych

$$m_w = 22,42 \text{ m}^3.$$

Zatem objętość jednego kmola jest w danych warunkach fizycznych wielkością stałą dla wszystkich gazów

$$m_w = V_m.$$

Równanie stanu gazów dla 1 kmola, czyli m kg gazu napiszemy w postaci

$$p V_m = m R T$$

dla każdego gazu

$$m R = B = \text{idem},$$

a więc

$$p V_m = B T.$$

Dla warunków fizycznych $p = 10\,333 \text{ kG/m}^2$ i $T = 273 \text{ K}$
 $V_m = 22,42 \text{ m}^3$ otrzymamy stałą gazową bezwzględną

$$B = \frac{p V_m}{T} = \frac{10\,333 \cdot 22,42}{273} = 848 \text{ kGm/kg K},$$

w jednostkach układu SI

$$B = m R = 8\,315 \text{ J/kg K}.$$

W tablicy 1.8 podano podstawowe charakterystyki niektórych gazów.
Ciepło właściwe gazów. Ciepło potrzebne do ogrzania 1 kg wody od 287,5 do 288,5 K nazywa się kilogramową kalorią. W układzie technicznym jednostek oznacza się jako kcal. W układzie SI ciepło wyraża się w dżulach J lub kilodżulach.

Ciepłem właściwym kilogramowym c nazywamy ciepło potrzebne do ogrzania w danych warunkach 1 kg pewnego ciała o 1°C . Ciepło właściwe zależy od temperatury $c = f(t)$ i wyraża się jako pochodna ciepła q w odniesieniu do jednostki masy względem temperatury

$$c = \frac{dq}{dt}.$$

Tablica 1.8

Rodzaj gazu	Znak chemiczny	Masa cząsteczkowa [m]	Gęstość $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$ przy $T = 273 \text{ [K]}$ $p = 760 \text{ [mm/Hg]}$	Stała gazowa R	
				$\left[\frac{\text{kGm}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right]$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$
Hel	He	4	0,178	211,9	2079,0
Argon	A	40	1,784	21,23	208,2
Tlen	O ₂	32	1,429	26,49	259,8
Azot	N ₂	28	1,250	30,26	296,7
Wodór	H ₂	2	0,0898	420,75	4121,7
Powietrze	-	(29)	1,293	29,27	287,0
Tlenek węgla	CO	28	1,250	30,28	296,9
Bezwodnik węgl.	CO ₂	44	1,976	19,25	188,8
Para wodna	H ₂ O	18	0,804	47,66	461,5
Amoniak	NH ₃	17	0,771	49,76	488,0
Acetylen	C ₂ H ₂	26	1,170	32,59	319,6
Metan	CH ₄	16	0,716	52,89	518,8
Etylen	C ₂ H ₄	28	1,260	30,52	296,7

Ciepło właściwe c wyraża się w układzie SI w J/kg K.

W zależności od ogrzewania, przy stałym ciśnieniu lub przy stałej objętości, rozróżniamy ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu c_p lub ciepło właściwe przy stałej objętości c_v .

Wielkość c_p jest większa od c_v ($c_p > c_v$), a różnica $c_p - c_v = R$.
Stosunek

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa,$$

gdzie κ - wykładnik adiabaty.

Wartości κ zależne są od liczby atomów składających się na 1 cząsteczkę gazu:

- dla jednoatomowych gazów $\kappa = 1,67$,
- dla dwuatomowych gazów $\kappa = 1,4$,
- dla wieloatomowych gazów $\kappa = 1,29$.

Odchylenia gazów od praw dla gazów doskonałych. W odróżnieniu od gazów doskonałych w gazach rzeczywistych należy uwzględnić działanie sił międzymolekularnych i objętości molekuł. Odpowiednie poprawki w równaniu stanu gazów doskonałych $p w = R T$ zostały uwzględnione w równaniu Van der Waalsa dla gazów rzeczywistych

$$\left(p + \frac{a}{w^2} \right) (w - b) = R T,$$

gdzie: $\frac{a}{w^2}$ - poprawka na działanie sił międzymolekularnych,

b - poprawka na objętość molekuł.

Stałe wielkości a , b zależą od ciśnienia krytycznego p_{kr} i objętości krytycznej w_{kr} gazu,

gdzie: $a = 3 p_{kr} w_{kr}^2$;

$$b = \frac{1}{3} w_{kr}.$$

Dla gazów doskonałych $a = b = 0$.

Do praktycznych obliczeń częściej stosowane jest równanie dla gazów rzeczywistych

$$p w = Z R T,$$

gdzie $Z = \frac{p w}{R T}$ jest empirycznym i bezwymiarowym współczynnikiem ścisłości gazów.

Współczynnik Z jest funkcją zredukowanego ciśnienia p_{zr} i zredukowanej temperatury T_{zr} , a więc

$$Z = f(p_{zr}, T_{zr}),$$

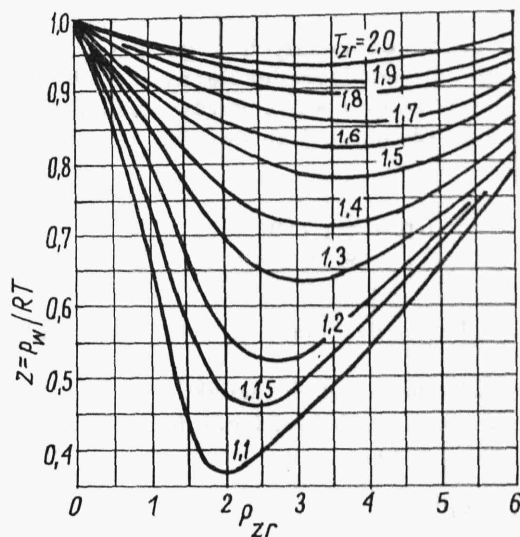
gdzie: $p_{zr} = \frac{p}{p_{kr}}$;

$$T_{zr} = \frac{T}{T_{kr}}$$

gdzie: p_{kr} - ciśnienie krytyczne,

T_{kr} - temperatura krytyczna.

Współczynnik ścisłości Z można wyznaczyć z wykresów z rys. 1.5.



Rys.1.5

2. HYDROSTATYKA

Hydrostatyka jako jeden z działów mechaniki płynów zajmuje się ustalaniem praw równowagi płynu i ciał w nich pływających w stanie względnego spoczynku. Jej zadaniem jest określenie zależności pomiędzy polami skalarnymi i wektorowymi przy zadanych warunkach brzegowych. Rozważany jest stan spoczynku cieczy względem naczynia, pozostającego w ruchu ze stałą prędkością lub stałym przyspieszeniem. W stanie względnego spoczynku elementy cieczy nie przemieszczają się względem siebie, lecz razem z naczyniem poruszają się jak jedno ciało stałe.

Jeżeli element cieczy (lub wyodrębnione jej części) znajduje się w równowadze, to suma działających na niego sił równa jest zeru.

2.1. SIŁY DZIAŁAJĄCE NA CIECZ

Rozróżniamy dwa rodzaje sił działających w rozważanym obszarze cieczy:

1. Siły masowe proporcjonalne do masy cieczy.

Z sił masowych można wymienić siłę ciężenia, siłę odśrodkową, siłę bezwładności.