

## 12. USTALONY RUCH CIECZY W KORYTACH OTWARTYCH I KANAŁACH

W rozdziale tym rozpatrzmy ustalony ruch bezciśnieniowy cieczy (ze swobodną powierzchnią) w korytach otwartych i kanałach zamkniętych.

Koryta otwarte dzielimy na naturalne i sztuczne. Do koryt naturalnych zaliczamy rzeki i potoki, do sztucznych - kanały do nawadniania i odwadniania gruntów, zasilania turbin wodnych itp.

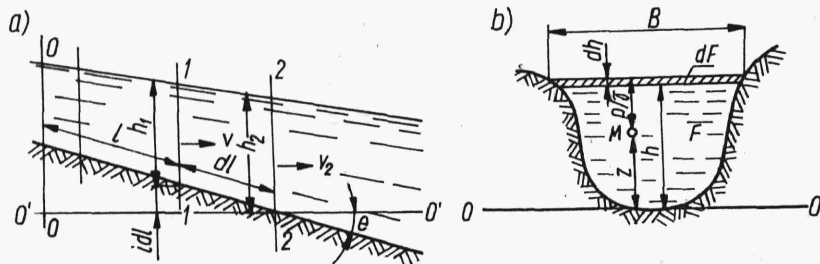
Rozważmy dwa rodzaje ustalonego ruchu w korytach otwartych:

- 1) ruch wolnozmienny,
- 2) ruch jednostajny.

### 12.1. RUCH WOLNOZMIENNY W KORYTACH OTWARTYCH

Ruchem wolnozmiennym nazywamy taki ruch, w którym krzywizna linii zwierciadła jest nieznaczna, a prędkości elementów cieczy są prawie prostopadłe do przekroju przepływowego, który możemy traktować jako płaski. Zakładamy również hydrostatyczny rozkład ciśnień w przekroju koryta. Dzięki tym upraszczającym założeniom można w równaniach ruchu zaniedbać składowe prędkości w płaszczyźnie przekroju przepływowego.

Rozważmy w strumieniu cieczy w odległości  $l$  od przekroju początkowego 0-0 przekrój 1-1 oraz w nieskończenie małej odległości przekrój 2-2 (rys.12.1a). Oznaczmy przez  $i = \sin \theta$  spadek dna koryta.



Rys.12.1

Napiszemy równanie Bernoulliego dla przekrojów 1-1 i 2-2, przyjmując poziom porównawczy  $0' - 0'$

$$h_1 + i \, dl + \frac{p_o}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_o}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + dh_{str}.$$

Przyjmując, że  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , przedstawimy to równanie w postaci

$$i \, dl - (h_2 - h_1) = \frac{\alpha}{2g} (v_2^2 - v_1^2) + dh_{str}.$$

Wskutek nieskończenie małej odległości  $dl$  między przekrojami 1-1 i 2-2 możemy napisać, że  $h_2 - h_1 = dh$  oraz  $v_2^2 - v_1^2 = d(v^2)$ , wówczas równanie przyjmie postać

$$i \, dl - dh = \frac{\alpha d(v^2)}{2g} + dh_{str}$$

lub dzieląc obie strony przez  $dl$

$$i = \frac{dh}{dl} = \frac{\alpha}{2g} \frac{d(v^2)}{dl} + \frac{dh_{str}}{dl}. \quad (12.1)$$

Zróżniczkujemy  $\frac{d(v^2)}{dl}$ , uwzględniając z prawa ciągłości zależność

$v^2 = \frac{Q^2}{F^2}$  oraz pamiętając, że przekrój koryta  $F$  jest funkcją dwóch zmiennych: długości  $l$  i głębokości  $h$ , czyli  $F = (f/h, l)$ , przy czym  $h = h(l)$

$$\frac{\alpha}{2g} \frac{d(v^2)}{dl} = \frac{\alpha}{2g} \frac{d}{dl} \left( \frac{Q^2}{F^2} \right) = - \frac{\alpha Q^2}{g F^3} \left( \frac{\partial F}{\partial l} + \frac{\partial F}{\partial h} \frac{dh}{dl} \right).$$

Rozważając przyrost przekroju przepływowego (rys.12.1b), (zakreskowane pole) widzimy, że

$$\frac{\partial F}{\partial h} = B, \quad (12.2)$$

gdzie  $B$  - szerokość zwierciadła cieczy.

Uwzględniając tę zależność w powyższym równaniu, otrzymamy

$$\frac{\alpha}{2g} \frac{d(v^2)}{dl} = - \frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{F^3} \left( \frac{\partial F}{\partial l} + B \frac{dh}{dl} \right).$$

Drugi człon w prawej stronie równania (12.1)  $\frac{dh_{str}}{dl}$  obliczymy, korzystając ze wzoru Chezy (7-8 dla ruchu jednostajnego) co jest zupełnie dopuszczalne również i dla ruchu wolnozmiennego, a więc

$$I = \frac{h_{str}}{l} = \frac{v^2}{C^2 R_h} = \frac{Q^2}{F^2 C^2 R_h}$$

lub korzystając z postaci różniczkowej

$$\frac{dh_{str}}{dl} = \frac{Q^2}{C^2 R_h F^2}.$$

Podstawiając powyższe zależności do równania (12.1), otrzymamy

$$i - \frac{dh}{dl} = \frac{-\alpha}{g} \frac{Q^2}{F^3} \left( \frac{\partial F}{\partial l} + B \frac{dh}{dl} \right) + \frac{Q^2}{C^2 R_h F^2}$$

lub

$$\frac{dh}{dl} \left( 1 - \frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{F^3} B \right) = i - \frac{Q^2}{C^2 F^2 R_h} + \frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{F^3} \frac{\partial F}{\partial l},$$

skąd ostatecznie

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{C^2 F^2 R_h} \left( 1 - \frac{\alpha C^2 R_h}{g F} \frac{\partial F}{\partial l} \right)}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{F^3}}. \quad (12.3)$$

Równanie (12.3) jest ogólnym równaniem różniczkowym jednostajnego ruchu wolnozmiennego w korytach otwartych.

Jeżeli w równaniu (12.3) przedstawimy pochodną  $\frac{\partial F}{\partial l}$  w postaci

$$\frac{\partial F}{\partial l} = \frac{\partial F}{\partial B} \frac{dB}{dl},$$

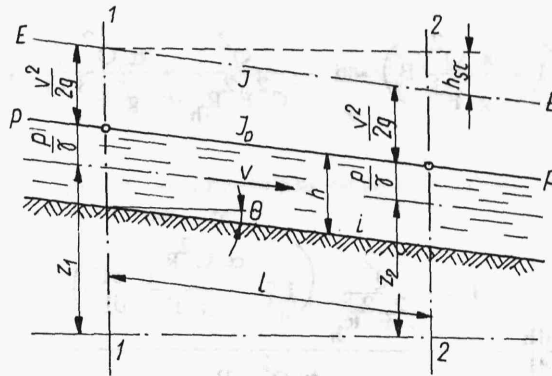
to w szczególnym przypadku wolnozmiennego ruchu w prostokątnym korycie, którego szerokość na całej długości jest stała, tj.  $B = \text{const}$  i  $\frac{dB}{dl} = 0$ , otrzymamy  $\frac{\partial F}{\partial l} = 0$ , wówczas równanie (12.3) przyjmie postać

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{C^2 F^2 R_h}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g F^3}}. \quad (12.4)$$

## 12.2. RUCH JEDNOSTAJNY W KORYTACH OTWARTYCH (KANALACH)

Ruch jednostajny w korytach otwartych lub w nie całkowicie wypełnionych cieczą kanałach zamkniętych zachodzi wówczas, gdy są spełnione następujące warunki (rys.12.2):

- stały wydatek ( $Q = \text{const}$ ),
- przekrój poprzeczny, głębokość koryta oraz średnia prędkość pozostają niezmiennie na całej długości koryta ( $F = \text{const}$ ,  $h = \text{const}$ ,  $v = \text{const}$ ),



Rys.12.2