

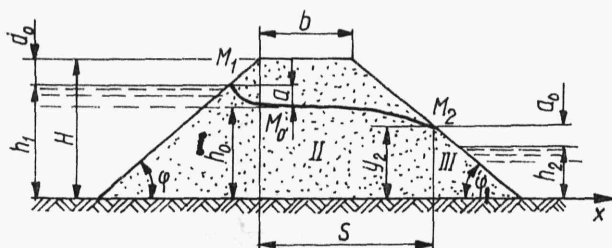
$$Q_o = 96 \text{ l/s}.$$

Stąd wydatek Q studni pojedynczej

$$Q = \frac{Q_o}{n} = \frac{96}{8} = 12 \text{ l/s}.$$

13.11. FILTRACJA PRZEZ ZAPORĘ ZIEMNĄ

Rozpatrzmy zagadnienie filtracji wody swobodnej przez zapórę ziemną o przekroju trapezowym, leżącą na poziomym podłożu nieprzepuszczalnym (rys.13.21).



Rys.13.21

Przekrój zapory dzielimy na 3 części: I - klin górny, II - część środkowa, III - klin dolny.

Przyjmujemy następujące oznaczenia:

- H - wysokość zapory ziemnej,
- h_1 i h_2 - górny i dolny poziom wody,
- b - górna szerokość korony zapory,
- $d_o = H - h_1$ - wzniesienie zapory ponad górny poziom wody,
- $m = \text{ctg } \varphi$, $m_1 = \text{ctg } \varphi_1$ - współczynniki nachylenia skarp - górnej i dolnej,
- M_1, M_o, M_2 - punkty na krzywej depresji,
- a_o - wzniesienie punktu M_2 ponad dolny poziom wody,
- $h_1, h_o, y_2 = h_2 + a_o$ - rzędne punktów M_1, M_o, M_2 ,
- s - odcięta punktu M_2 .

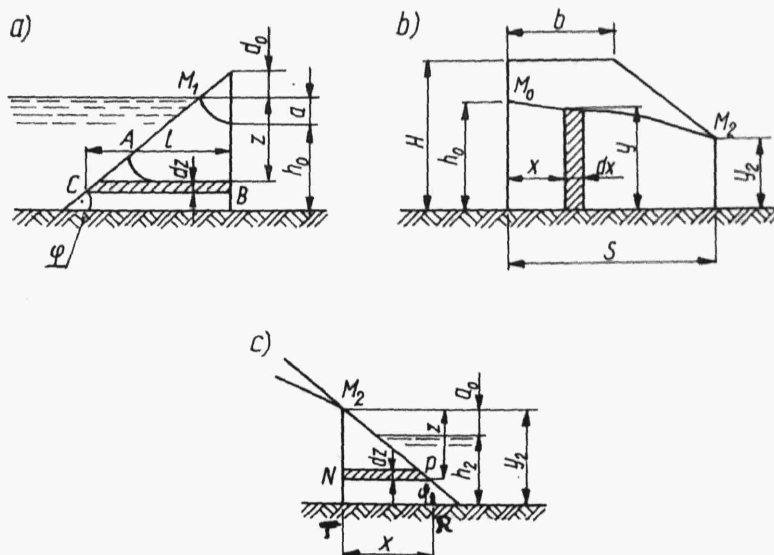
Zagadnienie filtracji przez zapórę sprowadza się do rozwiązania układu równań z czterema niewiadomymi:

$$h_o, s, y_2, q,$$

gdzie q - wydatek na jednostkę długości zapory.

I. Równanie filtracji przez klin górny

Dla uproszczenia zagadnienia filtracji przez górny klin zapory, zakładamy poziomy kierunek ruchu elementarnych strug cieczy (rys.13.22a).



Rys.13.22

W rzeczywistości wpływające do zapory strugi cieczy mają kierunek normalny do skarpy. Wprowadzone przez nas uproszczenie nie ma istotnego wpływu na wynik końcowy, ponieważ opory filtracyjne krzywoliniowej strugi AB niewiele różnią się od oporów przyjętej strugi poziomej $l - CB$.

Długość l rozważanej strugi poziomej pierwszej części zapory równa się

$$l = (d_o + z) \operatorname{ctg} \varphi = m(d_o + z).$$

Spadek hydrauliczny I wyraża się stosunkiem wysokości strat, a na odcinku l do jego długości

$$I = \frac{a}{l} = \frac{a}{m(d_o + z)}.$$

Prędkość filtracji wynosi

$$v = k I = \frac{k a}{m(d_o + z)} .$$

Elementarny wydatek strugi poziomej CB

$$dq = v dz = \frac{k a}{m(d_o + z)} dz .$$

Po scałkowaniu otrzymamy wydatek filtracji przez klin górny

$$q = \frac{k a}{m} \int_a^{a+h_o} \frac{dz}{d_o + z} = \frac{k a}{m} \ln(d_o + z) \Big|_a^{a+h_o} = \frac{k a}{m} \ln \frac{d_o + a + h_o}{d_o + a} .$$

Podstawiając $d_o + a + h_o = H$ oraz $d_o + a = H - h_o$ otrzymamy

$$q = \frac{k a}{m} \ln \frac{H}{H - h_o} . \quad (13.45)$$

II. Równanie filtracji przez środkową część zapory (rys.13.22b)

Na podstawie równań (13.37) i (13.38) możemy analogicznie napisać:

a) równanie krzywej depresji w środkowej części zapory

$$\frac{2q}{k} x = h_o^2 - y^2 , \quad (13.46)$$

b) równanie wydatku przy $x = s$; $y = y_2 = h_2 + a_o$

$$q = \frac{k}{2s} (h_o^2 - y_2^2) . \quad (13.47)$$

III. Równanie filtracji przez klin dolny

Dzielimy dolny klin na dwie części: górną w kształcie trójkąta M_2NP oraz dolną w kształcie trapezu $NPRT$ (rys.13.22c). Zakładamy w obu częściach klina poziomy kierunek strug cieczy:

Długość elementarnej strugi równa się

$$x = z \operatorname{ctg} \varphi_1 = m_1 z .$$

Spadek hydrauliczny przedstawimy w postaci

$$I = \frac{z}{x} = \frac{z}{m_1 z} = \frac{1}{m_1}$$

Prędkość filtracji

$$v = k I = \frac{k}{m_1} .$$

Elementarny wydatek strugi cieczy wyrazimy w postaci

$$dq = v dz = \frac{k}{m_1} dz .$$

Po scałkowaniu otrzymamy wydatek filtracji przez górną część klina dolnego

$$q_1 = \int_0^{q_0} \frac{k}{m_1} dz = \frac{k}{m_1} a_0 . \quad (13.48)$$

Długość elementarnej strugi dolnej części (trapezowej) klina wynosi

$$x = m_1 z .$$

Spadek hydrauliczny będzie równy

$$I = \frac{a_0}{m_1 z}$$

oraz

$$v = k I = \frac{k a_0}{m_1 z} ,$$

czyli

$$dq = v dz = \frac{k a_o}{m_1 z} dz.$$

Po scałkowaniu

$$q_2 = \int_{a_o}^{h_2 + a_o} \frac{k a_o}{m_1 z} dz = \frac{k a_o}{m_1} \ln \frac{h_2 + a_o}{a_o}. \quad (13.49)$$

Całkowity wydatek filtracji przez obie części dolnego klina otrzymamy sumując wyrażenia (13.48) i (13.49), a więc

$$q = q_1 + q_2 = \frac{k a_o}{m_1} \left(1 + \ln \frac{h_2 + a_o}{a_o} \right). \quad (13.50)$$

IV. Brakujące czwarte równanie do wyznaczenia 4 niewiadomych h_o , s , y_2 i q otrzymamy z warunków geometrycznych (rys.13.21)

$$b + m_1 H = s + m_1 (h_2 + a_o),$$

skąd

$$s = b + m_1 [H - (h_2 + a_o)]. \quad (13.51)$$

Otrzymaliśmy więc układ równań filtracji przez jednorodną zaporę ziemną na nieprzepuszczalnym podłożu.

Po zamianie logarytmów naturalnych na dziesiętne otrzymane równania (13.45), (13.47), (13.50), (13.51) przedstawimy w postaci

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \frac{q}{k} &= \frac{H - d_o - h_o}{m} 2,3 \lg \frac{H}{H - h_o}, \\ \text{II} \quad \frac{q}{k} &= \frac{h_o^2 - (h_2 + a_o)^2}{2s}, \\ \text{III} \quad \frac{q}{k} &= \frac{a_o}{m_1} \left(1 + 2,3 \lg \frac{h_2 + a_o}{a_o} \right), \end{aligned} \quad (13.52)$$

$$\text{IV} \quad s = b + m_1 [H - (h_2 + a_o)] .$$

Układ równań (13.52) filtracji przez jednorodną zaporę ziemną można rozwiązać w sposób następujący:

Dla uproszczenia zapisu przyjmujemy oznaczenia:
w równaniu (13.52. III)

$$1 + 2,3 \lg \frac{h_2 + a_o}{a_o} = A ,$$

napiszemy wówczas

$$\frac{q}{k} = \frac{a_o}{m_1} A . \quad (13.53)$$

Podstawiając tę zależność do równania (13.52. II) otrzymamy

$$\frac{a_o A}{m_1} = \frac{h_o^2 - (h_2 + a_o)^2}{2s} ,$$

skąd

$$h_o = \sqrt{\frac{2a_o A s}{m_1} + (h_2 + a_o)^2} . \quad (13.54)$$

Uwzględniając w tej zależności s z równania (13.52. IV) napiszemy

$$h_o = \sqrt{2a_o A \left[\frac{b}{m_1} + H - (h_2 + a_o) \right] + (h_2 + a_o)^2} = D .$$

Na podstawie podanej zależności przedstawimy równanie (13.52. I) w postaci

$$\frac{q}{k} = \frac{(H - d_o - D) E}{m} , \quad (13.55)$$

gdzie $E = 2,3 \lg \frac{H}{H-D} .$

Porównując prawe strony równań (13.53) i (13.55) napiszemy

$$\frac{m}{m_1} a_o A = (H - d_o - D)E. \quad (13.56)$$

Przy znanych wartościach H, b, h_1, d_o, m, m_1 , wielkości A, D i E są według podanych zależności - funkcjami tylko a_o .

Również równanie (13.56) zawiera tylko jedną niewiadomą a_o , którą można wyznaczyć wykreślnie lub metodą kolejnych przybliżeń.

Przykład 13.5. Wyznaczyć krzywą depresji w jednorodnej zaporze ziemnej leżącej na poziomym i nieprzepuszczalnym podłożu (rys.13.22), jeżeli $H = 5,0$ m, $b = 4$ m, $d_o = 0,8$ m, $h_1 = 4,2$ m, $h_2 = 0,5$ m, $m = 2,5$, $m_1 = 1,5$, $k = 0,00005$ cm/s.

Rozwiązanie. Równanie (13.56) rozwiążemy metodą kolejnych przybliżeń, pamiętając, że

$$f_1(a_o) = f_2(a_o),$$

gdzie: $f_1(a_o) = \frac{m}{m_1} a_o A,$

$$f_2(a_o) = (H - d_o - D)E.$$

Dobór wartości a_o oraz wyniki obliczeń podane są w tabl.13.3.

Tablica 13.3

a_o [m]	0,60	0,45	0,35	0,33
$A = 1 + 2,3 \lg \frac{h_2 + a_o}{a_o}$	1,61	1,75	1,89	1,93
$f_1(a_o) = \frac{m}{m_1} a_o A$	1,61	1,32	1,10	1,06
$D = \sqrt{2a_o A \left[\frac{b}{m_1} + H - (h_2 + h_o) \right] + (h_2 + a_o)^2}$	3,73	3,39	3,12	3,07
$E = 2,3 \lg \frac{H}{H - D}$	1,37	1,13	0,98	0,95
$f_2(a_o) = (H - d_o - D)E$	0,65	0,92	1,06	1,07

Jak wynika z tabl.13.3, równanie (13.56) jest spełnione dla wartości $a_o = 0,33$ m.

Z równania (13.56. IV) znajdujemy wartość

$$s = 4,0 + 1,5[5,0 - (0,50 + 0,33)] = 10,25 \text{ m.}$$

Następnie z równania (13.54) obliczymy

$$h_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,33 \cdot 1,93 \cdot 10,25}{1,5} + (0,50 + 0,33)^2} = 3,07 \text{ m.}$$

Ze wzoru (13.53) otrzymamy

$$\frac{q}{k} = \frac{0,33 \cdot 1,93}{1,5} = 0,425 \text{ m} = 42,5 \text{ cm}$$

skąd

$$q = 0,00005 \cdot 42,5 = 0,00212 \text{ cm}^3/\text{s na 1 cm długości.}$$

Znając h_o oraz $\frac{q}{k}$ równanie (13.46) krzywej depresji dla środkowej części zapory (od punktu M_o do M_2) napiszemy w postaci

$$2 \cdot 0,425x = 3,07^2 - y^2$$

lub

$$y^2 = 9,40 - 0,85 x.$$

Na podstawie równania krzywej depresji sporządzamy tabl.13.4.

Tablica 13.4

x [m]	0,85 x	$y^2 = 9,40 - 0,85x$	y [m]
0	0,00	9,40	3,07 = h_o
2	1,70	7,70	2,78
4	3,40	6,00	2,45
6	5,10	4,30	2,07
8	6,80	2,60	1,61
9	7,65	1,75	1,32
s = 10,25	8,71	0,69	0,83 = $h_2 + a_o$