



Rys.6.15

6.7. OPORY LINIOWE W RURACH GŁADKICH I CHROPOWATYCH

Istotnym parametrem określającym wielkość strat ciśnienia jest współczynnik oporów liniowych λ , występujący we wzorze (6.23) Darcy - Weisbacha, który można napisać w postaci

$$h_{\text{str}} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v_{\text{śr}}^2}{2g} . \quad (6.42)$$

Siły styczne na prostym odcinku przewodu o długości l i średnicy d można wyrazić w postaci iloczynu naprężeń stycznych na ścianie τ_0 przez pole bocznej powierzchni przewodu πdl . Siły te w ruchu jednostajnym równoważą się z siłami normalnymi w przekrojach na obu końcach odcinka l .

Otrzymamy następujące równanie

$$\tau_0 \pi dl = (p_1 - p_2) \frac{\pi d^2}{4} , \quad (6.43)$$

stąd

$$\tau_o = \frac{p_1 - p_2}{l} \frac{d}{4} . \quad (6.44)$$

Podstawiając do (6.44) zależność (6.42) otrzymamy

$$\tau_o = \frac{\lambda}{8} \varrho v_{sr}^2 . \quad (6.45)$$

Zgodnie z teorią Prandtla - z uniwersalnym logarytmicznym prawem rozkładu prędkości przepływu turbulentnego w przewodach związane jest ściśle prawo oporów liniowych.

A. Opory liniowe w rurach gładkich

Dla określenia współczynnika λ skorzystamy z równania (6.34) rozkładu prędkości w rurach gładkich

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{y v_*}{\nu} + C_1 .$$

Równanie to zapiszemy w postaci

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{y v_*}{\nu} e^{\alpha C_1} \right) . \quad (6.46)$$

Rzędną y możemy wyrazić

$$y = R - r .$$

Korzystając z równania (6.46) obliczamy stosunek średniej prędkości do dynamicznej

$$\begin{aligned} \frac{v_{sr}}{v_*} &= \frac{1}{\pi R^2 \alpha} \int_0^R \left[\ln \left(\frac{e^{\alpha C_1} (R - r) v_*}{\nu} \right) \right] 2 \pi r dr = \\ &= \frac{1}{\alpha} \left(\alpha C_1 + \ln \frac{v_* R}{\nu} - \frac{3}{2} \right) . \end{aligned} \quad (6.47)$$

zr. 6.13.

Środkowy wyraz w nawiasie można przedstawić w postaci

$$\ln \frac{v_*^R}{\sqrt{}} = 2,3 \lg \left(\frac{v_*}{2 v_{sr}} \frac{v_{sr}^d}{\sqrt{}} \right), \quad (6.48)$$

gdzie $d = 2 R$ - średnica wewnętrzna przewodu.

Porównując zależności (6.45) i (6.29) otrzymamy

$$v_* = v_{sr} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}. \quad (6.49)$$

Po podstawieniu (6.48) i (6.49) do (6.47) i zastępując $\frac{v_{sr}^d}{\sqrt{}} = Re$, otrzymamy

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{2,3}{\alpha \sqrt{8}} \lg(Re \sqrt{\lambda}) + \frac{1}{\alpha \sqrt{8}} \left[\alpha C_1 - \frac{3}{2} - 2,3 \lg(2\sqrt{8}) \right].$$

Podstawiając w tym równaniu podane poprzednio wielkości empiryczne:

$$\alpha = 0,40, \quad C_1 = 5,5,$$

otrzymamy ostatecznie wzór Kármána

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,03 \lg(Re \sqrt{\lambda}) - 0,91. \quad (6.50)$$

Jest to wzór, określający zależność współczynnika oporów liniowych λ od liczby Re , przy czym jest on tak samo uniwersalny jak logarytmiczne prawo rozkładu prędkości.

Współczynniki występujące we wzorze (6.50) zostały nieznacznie przez Nikuradse skorygowane na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych.

Zmodyfikowany wzór, określający logarytmiczne prawo oporu dla rur gładkich ma postać

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,00 \lg(Re \sqrt{\lambda}) - 0,8. \quad (6.51)$$

B. Opory liniowe w rurach chropowatych

Prawo oporu dla rur chropowatych określimy na podstawie równania (6.41).

Postępując analogicznie jak w przypadku rur gładkich oblicza się z równania (6.41) stosunek prędkości średniej do dynamicznej. Po uwzględnieniu zależności (6.49) i scałkowaniu otrzymamy

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{5,75}{\sqrt{8}} \lg \frac{R}{k} + \frac{1}{\sqrt{8}} \left(8,48 - \frac{3}{4,6} 5,75 \right),$$

ostatecznie

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{R}{k} + 1,66, \quad (6.52)$$

Na podstawie przeprowadzonych przez Nikuradse doświadczeń, współczynniki wchodzące do tego wzoru zostały poprawione.

Otrzymano więc tzw. wzór Nikuradse na współczynnik λ dla rur chropowatych przy całkowicie rozwiniętym wpływie chropowatości

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{R}{d} + 1,74 \quad (6.53)$$

lub

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{d}{k} + 1,14, \quad (6.54)$$

gdzie $d = 2R$.

7. PRZEPŁYW CIECZY LEPKIEJ W PROSTYCH PRZEWODACH POD CIŚNIENIEM

7.1. PODSTAWOWE POJĘCIA I ZALEŻNOŚCI

W poprzednim rozdziale podaliśmy podstawowe równania ruchu płynu lepkiego oraz omówiliśmy najbardziej istotne właściwości przepływu laminarnego i turbulentnego na podstawie klasycznych badań teoretycznych i doświadczalnych.

Zajmiemy się teraz zastosowaniem teorii ruchu płynu nieściśliwego i lepkiego do zagadnień przepływu cieczy w przewodach pod ciśnieniem, tzn. w takich, które są całkowicie wypełnione cieczą pod ciśnieniem wyższym od atmosferycznego.