

6.5. PODSTAWOWE WŁAŚCIWOŚCI PRZEPŁYWU TURBULENTNEGO. NAPRĘŻENIA STYCZNE

Jak już wykazały badania doświadczalne przy wartościach liczb $Re > Re_{kr1} = 2320$ przepływ laminarny staje się niestacynny i przechodzi w tzw. przepływ turbulentny.

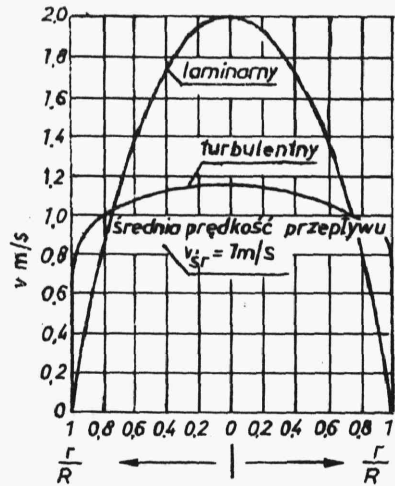
Rozkład prędkości w przekroju poprzecznym przy przepływie laminarnym i turbulentnym w przypadku jednakowych prędkości średnich podano na rys.6.9.

Analizując rozkład prędkości w poprzecznym przekroju przewodu przy ruchu turbulentnym, należy zwrócić uwagę, że przy ścianie przewodu występuje cienka podwarstwa laminarna, w której istnieje duży gradient prędkości.

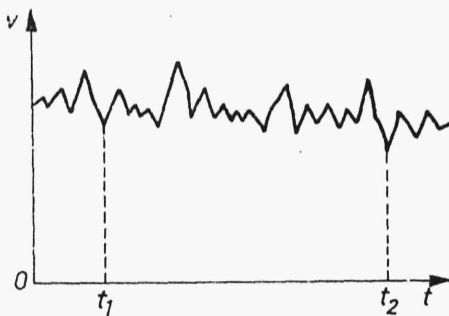
Poza warstwą przyścienną elementy płynu, uczestnicząc w ogólnym ruchu, doświadczają przesunięć zarówno poprzecznych jak i powrotnych z chaotycznie przeplatanymi i prędko zmieniającymi się w czasie torami.

Mechanizm przepływu turbulentnego jest bardzo złożony i nie jest jeszcze w chwili obecnej dokładnie zbadany.

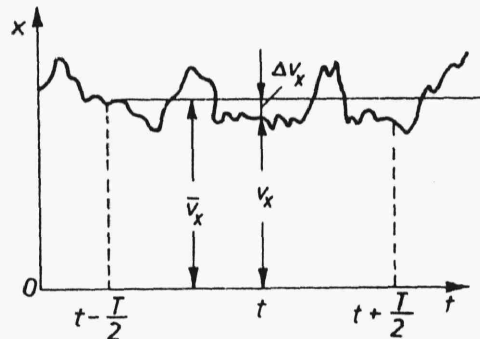
Doświadczenia wykazują, że wielkość i kierunek prędkości w każdym punkcie przepływu turbulentnego zmienia się w czasie. Mamy tu do czynienia ze zjawiskiem pulsacji prędkości (rys.6.10).



Rys.6.9



Rys.6.10



Rys.6.11

Jak widać, wewnętrzna struktura turbulentnego przepływu płynu jest w swej istocie nieustalona.

Dlatego do badań przepływu turbulentnego należy zastąpić wielkości rzeczywiste chwilowe przez pewne ich wartości uśrednione. Na rys. 6.11 zależność prędkości rzeczywistej v_x przepływu w danym punkcie od czasu t przedstawiona jest linią łamaną. Obierając pewien przedział czasu T o środku t jako okres uśrednienia określimy prędkość uśrednioną \bar{v}_x w następujący sposób (rys. 6.11):

$$\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v_x dt = \bar{v}_x T.$$

Stąd prędkość uśredniona będzie równa

$$\bar{v}_x = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v_x dt.$$

Analogicznie napiszemy:

$$\bar{v}_y = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v_y dt, \quad \bar{v}_z = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v_z dt.$$

Rzuty rzeczywistej (chwilowej) prędkości przepływu w danym punkcie mogą być wyrażone jako sumy algebraiczne:

$$v_x = \bar{v}_x + \Delta v_x,$$

$$v_y = \bar{v}_y + \Delta v_y,$$

$$v_z = \bar{v}_z + \Delta v_z,$$

gdzie wielkości $\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z$ nazywane są prędkościami pulsacyjnymi lub krócej, pulsacjami.

Na podstawie obserwacji ustalono, że uśrednione wartości prędkości zmieniają się w sposób uporządkowany, a w przypadku szczególnym mogą pozostawać stałe w czasie.

W tym przypadku przepływ turbulentny jest przepływem quasi-ustalonym, tzn. ustalonym w odniesieniu do wartości uśrednionych.

Analogicznie jak prędkości można określić uśrednioną wartość ciśnienia w danym punkcie przepływu turbulentnego, a zatem

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} p \, dt,$$

przy czym: $p = \bar{p} + \Delta p$ oznacza ciśnienie chwilowe,
 Δp - pulsację ciśnienia.

Średnie wartości prędkości pulsacyjnych

$$\Delta \bar{v}_x = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v_x \, dt = 0,$$

analogicznie

$$\Delta \bar{v}_y = \Delta \bar{v}_z = 0.$$

Podobnie średnia wartość ciśnienia pulsacyjnego jest równa zero
 $\Delta \bar{p} = 0$.

Dla oceny intensywności oscylacji w kierunku osi x , y , z używamy uśrednionych kwadratów prędkości pulsacyjnych:

$$\Delta \bar{v}_x^2, \Delta \bar{v}_y^2, \Delta \bar{v}_z^2.$$

Turbulencja nazywana jest izotropową, jeżeli w rozpatrywanym punkcie spełniony jest warunek

$$\Delta \bar{v}_x^2 = \Delta \bar{v}_y^2 = \Delta \bar{v}_z^2 = \text{const},$$

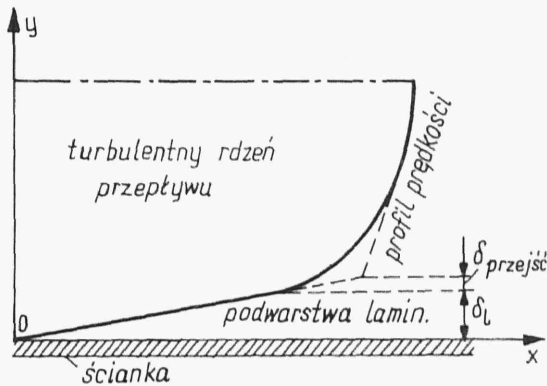
tzn. jeżeli energia kinetyczna ruchu pulsacyjnego jest we wszystkich kierunkach jednakowa.

Turbulencja jest izotropowa i jednorodna, jeżeli warunek powyższy jest spełniony we wszystkich punktach przepływu turbulentnego.

Miarą intensywności turbulencji jest stosunek pierwiastka kwadratowego ze średniego kwadratu prędkości pulsacyjnej do prędkości uśrednionej

$$T = \sqrt{\frac{\Delta \bar{v}^2}{\bar{v}}}.$$

Dla określenia naprężeń stycznych w strumieniu turbulentnym rozpatrzmy przepływ przez przewód kołowy (rys.6.12), który można w ogólnym przypadku podzielić na: podwarstwę laminarną (przy ścianie), strefę przejściową i rdzeń przepływu turbulentnego.



Rys.6.12

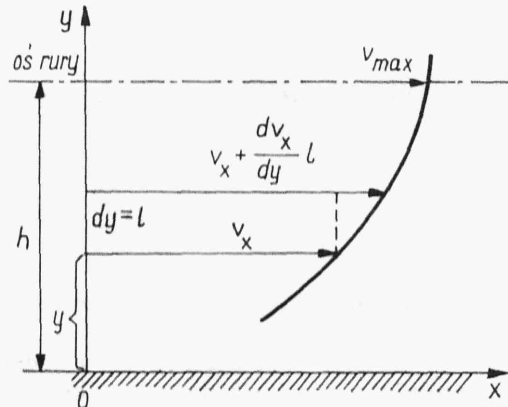
Grubość δ_l podwarstwy laminarnej jest uzależniona od wartości liczby Reynoldsa a ściślej ze wzrostem liczby Re grubość laminarnej warstwy przyściennej maleje.

W laminarnej warstwie przyściennej tarcie podlega prawu Newtona

$$\tau_1 = \mu \frac{dv_x}{dy} . \quad (6.25)$$

W obszarze środkowym (rdzeń przepływu burzliwego) oprócz przemieszczenia płynu w kierunku osi przewodu odbywa się jeszcze pulsacyjny ruch poprzeczny elementów płynu, wywołujący powstanie dodatkowych naprężeń stycznych wskutek zmiany ilości ruchu elementów płynu.

Wskutek poprzecznego ruchu pulsacyjnego elementy płynu, poruszające się z pewną uśrednioną prędkością v_x (górną kreską tu i w dalszym ciągu pomijamy) w kierunku osi x, przemieszczają się w ciągu czasu dt również w kierunku poprzecznym o pewną niewielką odległość l (rys. 6.13). Element płynu o prędkości osiowej v_x trafia do obszaru, w którym prędkość osiowa ma już inną wartość, różniącą się o wielkość



Rys.6.13

$$dv_x = \frac{dv_x}{dy} l.$$

Jeżeli prędkość pulsacyjną poprzecznego ruchu elementów płynu oznaczmy przez v_y , wówczas przez pewną skierowaną wzdłuż przepływu głównego powierzchnię dS (prostopadłą do v_y) przejdzie w ciągu czasu dt elementarna masa płynu

$$dm = \rho dS v_y dt.$$

Zmiana ilości ruchu (w kierunku osi x) tej masy płynu, przesuwaną się wzdłuż normalnej o długości l , równa się

$$dm dv_x = \varrho dS v_y dt \frac{dv_x}{dy} l.$$

Zgodnie z zasadą ilości ruchu napiszemy

$$dm dv_x = \tau_2 dS dt.$$

Porównując prawe strony tych równań i przyjmując, że $l = dy$ otrzymamy

$$\tau_2 = \varrho v_y \frac{dv_x}{dy} l = \varrho v_y dv_x.$$

Jeżeli założymy, że v_y i dv_x są wielkościami małymi tego samego rzędu, czyli $v_y \approx dv_x$ wówczas w przybliżeniu

$$\tau_2 = \varrho (dv_x)^2 = \varrho l^2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2. \quad (6.26)$$

Zależność (6.26) określa dodatkowe naprężenie styczne, powstające wskutek poprzecznych ruchów elementów płynu w turbulentnym przepływie.

Całkowite naprężenie styczne w przepływie turbulentnym określa się sumą naprężeń według wzorów (6.25) i (6.26)

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \mu \frac{dv_x}{dy} + \varrho l^2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2. \quad (6.27)$$

Jest to wzór Prandtla, który nazwał wielkość l drogą mieszania, traktując ją jako turbulentny odpowiednik "swobodnej drogi międzycząsteczkowej".

W przepływie turbulentnym drugi składnik wzoru (6.27) wielokrotnie przewyższa pierwszy również w pobliżu ścianki. W tym przypadku pierwszy wyraz można pominąć. Wyciągając pierwiastek kwadratowy z obu stron uproszczonego równania (6.27) i przyjmując naprężenia styczne przy ścianie $\tau = \tau_0$, (gdyż w pobliżu ścianki ma miejsce zasadnicza część zmiany prędkości) otrzymamy

$$\sqrt{\frac{\tau_o}{\varrho}} = l \frac{dv_x}{dy} . \quad (6.28)$$

Z postaci prawej części tego równania widać, że lewa część ma wymiar prędkości

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\varrho}} , \quad (6.29)$$

v_* - nazywamy prędkością dynamiczną.

Możemy więc wzór (6.28) przedstawić w postaci

$$v_* = l \frac{dv_x}{dy} . \quad (6.30)$$

Dla określenia długości drogi mieszania Prandtl przyjął zależność

$$l = \kappa y ,$$

gdzie: $\kappa = \text{const}$, współczynnik zwany stałą uniwersalną,

y - odległość od ścianki przewodu.

Podstawiając powyższą zależność do równania (6.30) otrzymamy

$$v_* = \kappa y \frac{dv}{dy} .$$

Zważywszy, że $v_* = \text{const}$, otrzymamy po scałkowaniu (pomijamy indeks x przy v , ponieważ przepływ w przewodach jest osiowo-symetryczny)

$$v = v_* \left(\frac{1}{\kappa} \ln y + C \right) . \quad (6.31)$$

6.6. ROZKŁAD PRĘDKOŚCI W RURACH GŁADKICH I CHROPOWATYCH PRZY PRZEPŁYWIE TURBULENTNYM

Dla określenia rozkładu prędkości w przekrojach poprzecznych rur zarówno gładkich jak i chropowatych posłużymy się, zgodnie z teorią Prandtla równaniem (6.31), przedstawiającym uniwersalne prawo rozkładu prędkości