

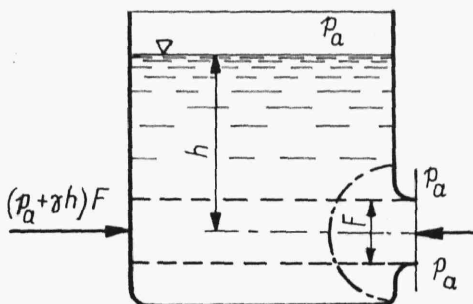
$$N = \frac{17\,615}{102} = 172,7 \text{ kW}.$$

5.7.3. REAKCJA HYDRODYNAMICZNA

Reakcją hydrodynamiczną strumienia płynu nazywamy siłę jaką ten strumień wywiera na ściany naczynia lub przewodu.

Określenie reakcji hydrodynamicznej służyć więc może do badania dynamiki strumienia, jak również oddziaływania płynu na otaczające go ściany.

Reakcja płynu wypływającego ze zbiornika.



Rys.5.50

Rozważmy otwarty zbiornik (rys.5.50), w którego ścianie bocznej znajduje się na głębokości h od powierzchni swobodnej niewielki w porównaniu z tą powierzchnią otwór F .

Zakładając, że wypływ cieczy ze zbiornika jest ustalony masą cieczy wypływającej w jednostce czasu wyniesie

$$\varrho v F = \varrho Q.$$

Przyrost pędu w jednostce czasu będzie równy

$$P_x = \varrho Q v = \varrho v^2 F,$$

gdzie P_x jest wypadkową sił zewnętrznych, wywołujących zmianę pędu, a ściślej wypadkową oddziaływania ścian zbiornika na ciecz w kierunku poziomym.

W tym przypadku reakcja wypływającej cieczy na ścianki naczynia wyniesie:

$$\bar{R} = -\bar{P}_x, \quad R = \varrho Q v = \varrho v^2 F.$$

Łatwo wykazać, że reakcja ta jest dwukrotnie większa od parcia statycznego, działającego na powierzchnię F usytuowaną na głębokości h .

Wiadomo, że wzoru (5.3), że prędkość wypływu cieczy ze zbiornika otwartego przez mały otwór wynosi

$$v = \sqrt{2g h}.$$

Uwzględniając tę zależność otrzymamy

$$R = 2 \gamma h F.$$

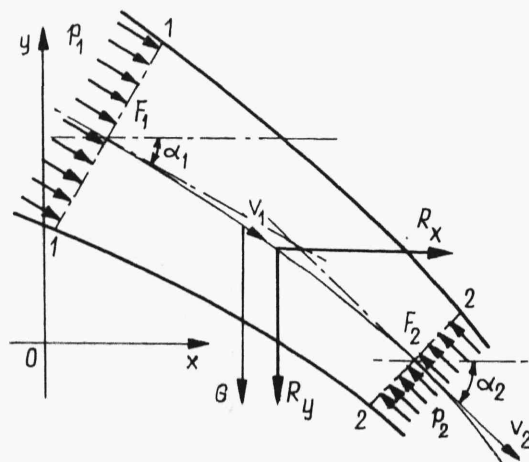
Wyrażenie $\gamma h F$ przedstawia wielkość parcia hydrostatycznego P_{st} na powierzchnię F .

Z powyższego wynika, że

$$R = 2P_{st}.$$

Reakcja hydrodynamiczna w przewodach.

Weźmy pod uwagę zakrzywiony odcinek przewodu o zmiennym przekroju (rys.5.51) i wyznaczmy reakcję, jaką przepływająca przez niego ciecz wywiera na wewnętrzne ściany przewodu.



Rys.5.51

Przyrównując zmianę pędu strumienia do popędu wszystkich sił (powierzchniowych normalnych do przekrojów F_1 i F_2 , ciężkości \bar{G} oddziaływania przewodu \bar{P}) działających na płyn w przewodzie napiszemy

$$Q(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)dt = (\bar{p}_1 \bar{F}_1 + \bar{p}_2 \bar{F}_2 + \bar{G} + \bar{P}) dt.$$

Skąd siła oddziaływania przewodu na ciecz jest równa

$$\bar{P} = \varrho Q \bar{v}_2 - \varrho Q \bar{v}_1 - \bar{p}_1 \bar{F}_1 - \bar{p}_2 \bar{F}_2 - \bar{G}.$$

Ponieważ reakcja wywierana przez ciecz na wewnętrzne ściany przewodu jest równa $\bar{R} = -\bar{P}$, to możemy ją wyrazić w postaci

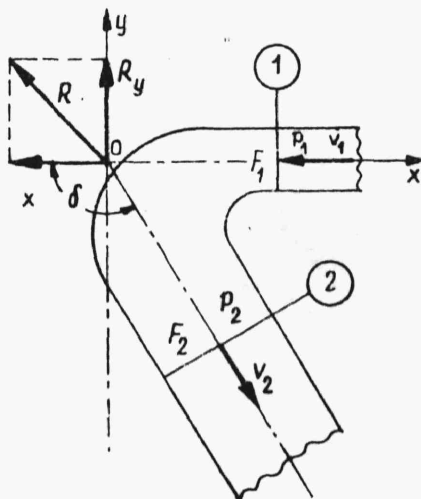
$$\bar{R} = (\varrho Q \bar{v}_1 - p_1 \bar{F}) - (\varrho Q \bar{v}_2 - p_2 \bar{F}_2) + \bar{G}.$$

Składowe reakcji w układzie współrzędnych x, y :

$$\begin{aligned} R_x &= (\varrho Q v_1 + p_1 F_1) \cos \alpha_1 - (\varrho Q v_2 + p_2 F_2) \cos \alpha_2, \\ R_y &= (\varrho Q v_1 + p_1 F_1) \sin \alpha_1 - (\varrho Q v_2 + p_2 F_2) \sin \alpha_2 - G. \end{aligned} \quad (5.59)$$

Wypadkowa reakcja

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$



Rys.5.52

Przykład 5.13. Przez kolano usytuowane w płaszczyźnie poziomej; xOy o przekroju wlotowym $F_1 = 20 \text{ cm}^2$, przekroju wylotowym $F_2 = 65 \text{ cm}^2$ i kącie zagięcia $\delta = 120^\circ$ (rys.5.52) przepływa woda o wydatku $Q = 20 \text{ dm}^3/\text{s}$. Obliczyć reakcję hydrodynamiczną strumienia na ścianki kolana przy ciśnieniu wlotowym $p_1 = 3 \text{ bar}$, pomijając opory tarcia.

Rozwiązanie. Dla określenia szukanej reakcji korzystamy ze wzorów (5.59):

$$\begin{aligned} R_x &= p_1 F_1 \cos \alpha_1 - p_2 F_2 \cos \alpha_2 + \\ &+ \varrho Q (v_1 \cos \alpha_1 - v_2 \cos \alpha_2), \end{aligned}$$

$$R_y = p_2 F_2 \sin \alpha_2 - p_1 F_1 \sin \alpha_1 - \varrho Q (v_1 \sin \alpha_1 - v_2 \sin \alpha_2),$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

Z równania Bernoulliego dla przekrojów 1-1 i 2-2 strumienia cieczy doskonalej mamy

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2).$$

Z równania ciągłości obliczamy:

$$v_1 = \frac{Q}{F_1} \quad \text{i} \quad v_2 = v_1 \frac{F_1}{F_2}.$$

Podstawiając zadane wartości otrzymamy:

$$v_1 = \frac{20 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 20} = 10 \text{ m/s}; \quad v_2 = 10 \frac{20}{65} = 3,077 \text{ m/s};$$

$$p_1 = 3 \cdot 10^5 + \frac{1000}{2} (10^2 - 3,077^2) = 3,45 \text{ bar};$$

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3;$$

$$\alpha_1 = 180^\circ; \quad \sin \alpha_1 = 0, \quad \cos \alpha_1 = -1;$$

$$\alpha_2 = 60^\circ; \quad \sin \alpha_2 = 0,866; \quad \cos \alpha_2 = 0,5.$$

Korzystając z tych danych obliczamy składowe i wypadkową reakcję strumienia na ścianki kolana:

$$\begin{aligned} R_x &= -20 \cdot 3 \cdot 10 - 65 \cdot 3,45 \cdot 10 \cdot 0,5 + \\ &+ 10^3 \frac{20}{10^3} (-10 - 0,5 \cdot 3,077) = -1,92 \text{ kN}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_y &= 65 \cdot 3,45 \cdot 10 - 0 - 10^3 \frac{20}{10^3} (0 - 3,077 \cdot 0,866) = \\ &= 1,96 \text{ kN}, \end{aligned}$$

$$R = \sqrt{1,92^2 + 1,96^2} = 2,74 \text{ kN}.$$