

Podstawiając do tego wzoru wartości  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $R_p = 29,29 \text{ m/K}$ ,  $T_o = 273 \text{ K}$ ,  $p_o = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , otrzymamy ostateczną postać wzoru na obliczenie wydatku gazu w warunkach normalnych

$$Q_o = 0,036 \left[ \frac{(p_1^2 - p_2^2) D^5}{\lambda Z \bar{\gamma} L T} \right]^{0,5}, \quad (9.10)$$

gdzie:

- $Q_o$  - wydatek gazu w warunkach normalnych,  $\text{m}^3/\text{s}$ ,
- $p_1$  i  $p_2$  - ciśnienie w przekroju początkowym i końcowym gazociągu,  $\text{N/m}^2$ ,
- $D$  - średnica wewnętrzna gazociągu,  $\text{m}$ ,
- $L$  - długość gazociągu,  $\text{m}$ ,
- $T = \text{const}$  - temperatura bezwzględna gazu w rurociągu,  $\text{K}$ ,
- $\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma_p}$  - stosunek ciężarów właściwych gazu do powietrza,
- $\lambda$  - współczynnik oporów liniowych,
- $Z$  - współczynnik ściśliwości gazu.

Metody wyznaczenia współczynników  $Z$  i  $\lambda$  omówiono w rozdziałach 1 i 7. Oprócz poznanych już wzorów na obliczenie współczynnika  $\lambda$  stosowany jest również wzór Weymoutha

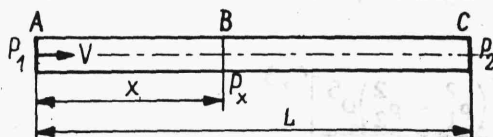
$$\lambda = \frac{0,009407}{\sqrt[3]{D(\text{m})}}.$$

### 9.1.2. SPADEK CIŚNIENIA I ŚREDNIE CIŚNIENIE W GAZOCIĄGU

Ciśnienie  $p_x$  wzdłuż gazociągu zmienia się od początkowego  $p_1$  (na wlocie) do końcowego  $p_2$  (na wylocie).

Przy przepływie cieczy nieściśliwej mamy, jak wiadomo, liniowy spadek ciśnienia wzdłuż przewodu o stałym przekroju, wskutek czego spadek hydrauliczny jest wielkością stałą.

Spadek ciśnienia w gazociągach nie wyraża się w postaci liniowej zależności od długości przewodu.



Rys.9.1

Aby znaleźć krzywą spadku ciśnienia wzdłuż gazociągu, obliczymy ciśnienie  $p_x$  w dowolnym przekroju B w odległości  $x$  od przekroju początkowego A gazociągu o długości  $L$  (rys.9.1).

W tym celu napiszemy równania przepływu dla odcinków AB i BC, korzystając ze wzoru (9.10):

na odcinku AB

$$Q_o = K \left[ \frac{p_1^2 - p_x^2}{x} \right]^{0,5},$$

na odcinku BC

$$Q_o = K \left[ \frac{p_x^2 - p_2^2}{L - x} \right]^{0,5},$$

gdzie  $K = 0,036 \sqrt{\frac{D^5}{\bar{\gamma} Z \lambda T}}.$

Porównując prawe strony podanych równań, otrzymamy

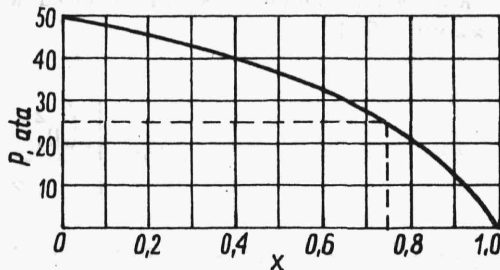
$$\frac{p_1^2 - p_x^2}{x} = \frac{p_x^2 - p_2^2}{L - x},$$

skąd

$$p_x = \left[ p_1^2 - \left( p_1^2 - p_2^2 \right) \frac{x}{L} \right]^{0,5}. \quad (9.11)$$

Ze wzoru (9.11) wynika, że ciśnienie wzdłuż gazociągu zmienia się według krzywej parabolicznej (rys.9.2), ponadto, że przy  $x = 0$ ,  $p_x = p_1$ , a przy  $x = L$ ,  $p_x = p_2$ . Jak widać na rys.9.2 na odcinku początkowym mamy powolniejszy spadek ciśnienia niż na odcinku końcowym gazociągu. Wynika to z tego, że wskutek spadku ciśnienia wzrasta objętość gazu i jego prędkość, co powoduje wzrost oporów hydraulicznych i strat ciśnienia.

Łatwo zauważyć na rys.9.2, że strata ciśnienia na trzech czwartych długości gazociągu jest taka sama jak na końcowym odcinku, stanowiącym jedną czwartą długości gazociągu.



Rys.9.2

Aby wyznaczyć średnie ciśnienie w gazociągu, należy scałkować równanie (9.11) w granicach od 0 do L

$$p_{\text{śr}} = \frac{1}{L} \int_0^L p_x dx = \frac{1}{L} \int_0^L \sqrt{p_1^2 - \left( \frac{p_1^2 - p_2^2}{L} \right) x} dx.$$

Po podstawieniu  $\frac{p_1^2 - p_2^2}{L} = m$ ,  $\frac{p_1^2 - p_2^2}{L} = n$  i scałkowaniu otrzymamy

$$p_{\text{śr}} = \frac{1}{L} \int_0^L \sqrt{m - n x} dx = \frac{2}{3n L} \left[ m^{3/2} - (m - n L)^{3/2} \right],$$

skąd

$$p_{\text{śr}} = \frac{2 \left( \frac{p_1^3 - p_2^3}{3} \right)}{3 \left( \frac{p_1^2 - p_2^2}{L} \right)} = \frac{2}{3} \left( p_1 + \frac{p_2^2}{p_1 + p_2} \right). \quad (9.12)$$

**Przykład 9.1.** Obliczyć wydatek gazu ziemnego  $Q_o$  przepływającego gazociągiem o średnicy  $D = 300$  mm, długości  $L = 60$  km i bezwzględnej chropowatości  $k = 0,1$  mm. Ciśnienie w początkowym przekroju przewodu jest równe  $p_1 = 20 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>, a w końcowym  $p_2 = 8 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Wartości względnego ciężaru właściwego, współczynnika lepkości kinematycznej gazu ziemnego oraz współczynnika ściśliwości są następujące:  $\bar{\rho} = 0,555$ ,  $\nu = 14,83 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s,  $Z = 0,97$ . Temperatura gazu w przewodzie  $T = 285$  K.

**Rozwiązanie.** Wydatek gazu w warunkach normalnych obliczymy ze wzoru (9.10)

$$Q_o = 0,036 \left[ \frac{(p_1^2 - p_2^2) D^5}{\lambda Z \bar{\rho} L T} \right]^{0,5}$$

Współczynnik oporów liniowych  $\lambda = f(\text{Re}, \epsilon)$ ; liczba Reynoldsa:

$$\text{Re} = \frac{v_o D}{\nu}, \quad v_o = \frac{4Q_o}{\pi D^2},$$

$$\text{Re} = \frac{4Q_o}{\pi \nu D} = 1,274 \frac{Q_o}{\nu D}.$$

Ponieważ wydatek  $Q_0$  jest nieznany będziemy szukali rozwiązania metodą kolejnych przybliżeń.

W pierwszym przybliżeniu obliczymy współczynnik  $\lambda$  ze wzoru Weymoutha

$$\lambda_1 = \frac{0,009407}{\sqrt[3]{D \text{ [m]}}} = \frac{0,009407}{\sqrt[3]{0,3}} = 0,014.$$

Po podstawieniu wielkości liczbowych do wzoru na wydatek otrzymamy

$$Q_{o1} = 0,036 \left[ \frac{(20^2 - 8^2) 10^{10} \cdot 0,3^5}{0,014 \cdot 0,97 \cdot 0,555 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 285} \right]^{0,5} = 9,05 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Obliczamy liczbę Reynoldsa

$$Re_1 = 1,274 \frac{9,05}{14,83 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3} = 2,59 \cdot 10^6.$$

Chropowatość względna jest równa

$$\varepsilon = \frac{k}{D} = \frac{0,1}{300} = 3,33 \cdot 10^{-4}.$$

Znając  $Re_1$  i  $\varepsilon$  określimy z wykresu Colebrooka - White'a współczynnik  $\lambda_2$

$$\lambda_2 = 0,0152.$$

Podstawiając  $\lambda_2$  jako drugie przybliżenie do wzoru na wydatek napiszemy

$$Q_{o2} = 0,036 \left[ \frac{(20^2 - 8^2) 10^{10} \cdot 0,3^5}{0,0152 \cdot 0,97 \cdot 0,555 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 285} \right]^{0,5} =$$
$$= 8,68 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Ponieważ rozbieżność otrzymanych wydatków  $Q_{o1}$  i  $Q_{o2}$  przekracza dopuszczalny błąd (2%) określamy  $\lambda_3$  w trzecim przybliżeniu. Wyznaczamy więc:

$$Re_2 = 1,274 \frac{8,68}{14,83 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3} = 2,48 \cdot 10^6,$$

$$\varepsilon = 3,33 \cdot 10^{-4}.$$

Określimy podobnie jak poprzednio z wykresu Colebrooka - White'a

$$\lambda_3 = 0,0152 = \lambda_2.$$

Wydatek gazu wynosi  $Q_o = 8,68 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Przykład 9.2. Określić średnicę gazociągu, który ma zapewnić wydatek gazu ziemnego  $Q_o = 6 \text{ m}^3/\text{s}$ . Przewód o długości  $L = 300 \text{ km}$  będzie wykonany z rur stalowych o chropowatości bezwzględnej  $k = 0,2 \text{ mm}$ . Nadciśnienie w przekroju początkowym będzie równe  $p_{n1} = 34 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , a w końcowym nie powinno być mniejsze niż  $p_{n2} = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Względny ciężar właściwy  $\bar{\gamma} = 0,58$ , a jego temperatura w przewodzie  $T = 285 \text{ K}$ . Współczynnik ściśliwości  $Z = 0,95$ .

Rozwiązanie. Ze wzoru (9.10) otrzymamy

$$D = \left[ \left( \frac{Q_o}{0,036} \right)^2 \cdot \frac{\lambda Z \bar{\gamma} L T}{p_1^2 - p_2^2} \right]^{1/5}.$$

Zakładamy  $\lambda_1 = 0,0196$ :

$$D_1 = \left[ \left( \frac{6}{0,036} \right)^2 \frac{0,0196 \cdot 0,95 \cdot 0,58 \cdot 300 \cdot 10^3 \cdot 285}{(35,013^2 - 5,013^2) \cdot 10^{10}} \right]^{1/5} \\ = (215,5 \cdot 10^{-5})^{1/5},$$

$$D_1 = 0,293 \text{ m}.$$

Przyjmujemy średnicę

$$D = 300 \text{ mm.}$$

Dla tej średnicy

$$\varepsilon = \frac{0,2}{300} = 6,67 \cdot 10^{-4}.$$

Współczynnik  $\lambda$  w strefie kwadratowej zależności oporów jest równy  $\lambda_2 = 0,0179$

$$D_2 = \left[ \left( \frac{6}{0,036} \right)^2 \frac{0,0179 \cdot 0,95 \cdot 0,58 \cdot 300 \cdot 10^3 \cdot 285}{(35,013^2 - 5,013^2) \cdot 10^{10}} \right]^{1/5} =$$
$$= (196,8 \cdot 10^5)^{1/5} = 0,288 \text{ m.}$$

Ostatecznie warunki zadania spełni gazociąg o średnicy  $D = 300 \text{ mm.}$

Przykład 9.3. Określić średnie ciśnienie w gazociągu, jeżeli ciśnienie w przekroju początkowym jest równe  $p_1 = 63 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , a w końcowym  $p_2 = 31 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

Rozwiązanie. Wartość ciśnienia średniego obliczymy ze wzoru (9.12)

$$p_{\text{sr}} = \frac{2}{3} \left[ 63 \cdot 10^5 + \frac{(31 \cdot 10^5)^2}{(63 + 31) \cdot 10^5} \right] = 48,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

### 9.1.3. OBLICZANIE UKŁADÓW GAZOCIĄGOWYCH

Do obliczeń gazociągów złożonych rozpatrzymy następujące układy:

- 1) gazociągi połączone szeregowo,
- 2) gazociągi połączone równolegle,
- 3) gazociągi z równoległym odgałęzieniem,
- 4) gazociągi wydatkujące.

Do obliczeń wymienionych układów zastosujemy wzór (9.10) w postaci

$$Q_o = 0,036 D^{2,5} \left[ \frac{p_1^2 - p_2^2}{\lambda Z \bar{\gamma} L T} \right]^{0,5}$$