

A zatem pole potencjalne określa jednoznacznie potencjał prędkości $\varphi(x, y, z, t)$, spełniający warunki (3.12). Rozwijając różniczkę potencjału prędkości, otrzymamy

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = v_x dx + v_y dy + v_z dz.$$

Wektor prędkości \vec{v} w danym punkcie obszaru płynu, poruszającego się ruchem potencjalnym przedstawimy w postaci

$$\vec{v} = \vec{i} v_x + \vec{j} v_y + \vec{k} v_z$$

lub po uwzględnieniu zależności (3.12)

$$\vec{v} = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \text{grad } \varphi. \quad (3.13)$$

Wektor prędkości \vec{v} w ruchu potencjalnym cieczy doskonałej równy jest gradientowi potencjału prędkości czyli stanowi pochodną kierunkową potencjału prędkości wzdłuż łuku linii prądu, a więc

$$\vec{v} = \frac{d\varphi}{ds} \vec{s}_0.$$

Symbol \vec{s}_0 oznacza wersor wektora \vec{s} .

Wartość bezwzględna wektora prędkości \vec{v} wynosi

$$v = \left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \right)^{0,5} = \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right]^{0,5}.$$

3.5.2. RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI RUCHU POTENCJALNEGO

Uwzględniając warunki (3.12) w równaniu ciągłości ruchu ustalonego (3.6) płynu nieściśliwego otrzymamy równanie ciągłości ruchu potencjalnego w postaci równania Laplace'a

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (3.14)$$

Równanie (3.14) można napisać w postaci

$$\nabla^2 \varphi = 0.$$

Symbol ∇^2 , zwany operatorem Laplace'a, lub laplasjanem określa się następująco

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Funkcja $\varphi(x,y,z)$ spełniająca równanie Laplace'a nazywa się funkcją harmoniczną.

3.5.3. POWIERZCHNIA JEDNAKOWEGO POTENCJAŁU PRĘDKOŚCI

Powierzchnią jednakowego potencjału prędkości, czyli powierzchnią ekwipotencjalną prędkości nazywamy miejsce geometryczne punktów w przestrzeni, w których potencjał prędkości $\varphi(x,y,z)$ posiada stałą wartość

$$\varphi(x,y,z) = \text{const.}$$

Potencjał prędkości φ jest funkcją ciągłą i różniczkowalną. Różniczka tej funkcji będzie równa zeru gdy $\varphi = \text{const.}$, a więc

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = 0.$$

Podstawiając w tym równaniu znane związki:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = v_x; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = v_y; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = v_z \quad (3.15)$$

otrzymamy

$$v_x dx + v_y dy + v_z dz = 0. \quad (3.16)$$

Równanie to jest warunkiem ortogonalności prędkości \bar{v} do powierzchni jednakowego potencjału w danym miejscu.