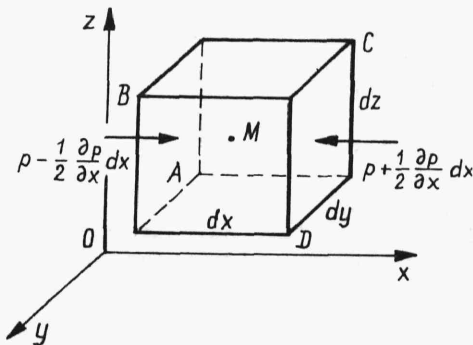


### 2.3. PODSTAWOWE RÓWNANIE RÓWNOWAGI PŁYNU

Wyodrębnijmy w cieczy znajdującej się w stanie spoczynku elementarną objętość w kształcie prostopadłościanu ABCD o krawędziach  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , równoległych do odpowiednich osi współrzędnych układu prostokątnego (rys.2.3). Na ten element działają siły powierzchniowe normalne (siły hydrostatycznego ciśnienia) oraz siły masowe.



Rys.2.3

Założmy, że w środku geometrycznym elementarnego prostopadłościanu, tj. w punkcie  $M(x,y,z)$  panuje ciśnienie  $p$ . Ciśnienia panujące na prostopadłych do osi  $x$  ściankach, oddległych od punktu  $M$

o  $-\frac{1}{2} dx$  (ścianka AB) oraz o  $+\frac{1}{2} dx$  (ścianka CD) wynoszą:

$$p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

oraz

$$p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx.$$

Siły powierzchniowe działające na te ścianki będą odpowiednio równe:

$$dP_{x(AB)} = \left( p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz,$$

$$dP_{x(CD)} = \left( p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz.$$

Analogiczne wyrażenia otrzymamy dla sił powierzchniowych działających w kierunku osi  $y$  i  $z$ .

Mnożąc rzuty jednostkowej siły masowej  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  przez masę elementu otrzymamy odpowiednie składowe siły masowej, działającej na elementarny prostopadłościan:

$$dF_x = \rho X dx dy dz,$$

$$dF_y = \varrho Y dx dy dz ,$$

$$dF_z = \varrho Z dx dy dz .$$

Z warunku równowagi cieczy wynika, że suma rzutów działających na element sił powierzchniowych i masowych na dowolnie wybrany kierunek jest równa zeru.

Rzutuując wymienione siły na kierunek osi  $x$  otrzymamy:

$$\left( p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz - \left( p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz + \varrho X dx dy dz = 0$$

lub po uproszczeniu

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \varrho X = 0 .$$

Ustalając analogiczne równania równowagi dla kierunków osi  $y$  i  $z$  otrzymamy układ równań różniczkowych Eulera:

$$\varrho X = \frac{\partial p}{\partial x} ,$$

$$\varrho Y = \frac{\partial p}{\partial y} , \quad (2.1)$$

$$\varrho Z = \frac{\partial p}{\partial z} .$$

Mnożąc te równania odpowiednio przez  $dx, dy, dz$  i dodając stronami otrzymamy

$$\varrho (X dx + Y dy + Z dz) = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz .$$

Prawa strona tego równania przedstawia różniczkę zupełną ciśnienia  $p = p(x, y, z)$ , a więc

$$dp = \varrho (X dx + Y dy + Z dz) . \quad (2.2)$$

Jest to podstawowe równanie równowagi płynu, wyrażające zależność ciśnienia od sił masowych.