

skąd

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{I R_h}.$$

Oznaczając

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$$

otrzymamy wzór pod nazwą wzoru Chézy w postaci

$$v = C \sqrt{I R_h}. \quad (7.8)$$

Z prawa ciągłości napiszemy wzór na wydatek

$$Q = F v = C F \sqrt{I R_h}. \quad (7.8')$$

W strefie kwadratowej zależności oporów współczynnik  $C$  zależy od chropowatości ścianki przewodu, a nie zależy od liczby Reynoldsa.

Z dużej ilości wzorów empirycznych na obliczenie współczynnika  $C$  podajemy tylko bardzo prosty do obliczeń wzór Pawłowskiego

$$C = \frac{1}{n} R_h^y$$

oraz najczęściej stosowany wzór Manninga

$$C = \frac{1}{n} R_h^{1/6}, \quad (7.9)$$

gdzie  $n$  - współczynnik chropowatości zależny od rodzaju przewodu oraz od okresu i warunków eksploatacji.

Prawidłowe określenie strat liniowych i miejscowych na podstawie wzorów (7.3) i (7.4) uzależnione jest od dokładnego określenia wartości współczynników oporów liniowych i miejscowych.

## 7.2. WSPÓŁCZYNNIK OPORÓW LINIOWYCH

Obszerne badania współczynnika oporów liniowych przypadają na koniec XIX w., kiedy ustalono w oparciu o teorię podobieństwa, że

współczynnik ten zależy od dwu bezwymiarowych parametrów, a mianowicie od liczby Reynoldsa i względnej chropowatości

$$\lambda = \lambda (Re, \varepsilon).$$

Natomiast dopiero w początkach bieżącego stulecia na podstawie badań rozkładów prędkości w przekrojach poprzecznych przewodów wprowadzono uzasadnione teoretycznie i sprawdzone doświadczalnie wzory na współczynnik oporów. Można tu przypomnieć podane w poprzednim rozdziale: wzór (6.24) Hagen - Poiseuille'a dla ruchu laminarnego, wzór (6.51) Prandtla - Karmana i wzór (6.54) Nikuradse dla ruchu turbulentnego w rurach gładkich i chropowatych.

Współczynnik  $\lambda$  zależy jak wynika ze wzoru (6.24) od liczby Reynoldsa w zakresie przepływu laminarnego. Współczynnik ten w ruchu turbulentnym uzależniony jest nie tylko od liczby  $Re$  lecz również od chropowatości wewnętrznej ścianki przewodu.

Systematyczne badanie nad wpływem chropowatości na wielkość współczynnika  $\lambda$  przeprowadził około 1930 roku Nikuradse. W doświadczeniach swych uzyskał równomierną chropowatość przy pomocy piasku przesiewanego przez sita i przyklejanego do wewnętrznej ścianki przewodu. Nikuradse stosował rury mosiężne o średnicach wewnętrznych od 25 do 100 mm oraz ziarna piasku o średnicach  $k$  od 0,2 do 3,2 mm. Przy tak znacznej rozpiętości wymiarów ziaren piasku i średnic rur udało się uzyskać dość duży zakres chropowatości względnej  $\varepsilon$

$$0,001 \leq \varepsilon \leq 0,035.$$

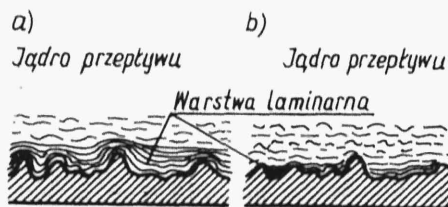
Wyniki badań podane są na wykresie (rys.7.3), który będziemy nazywać wykresem Nikuradse, wyrażającym zależność współczynnika  $\lambda$  od liczby  $Re$  i chropowatości względnej  $\varepsilon$ .

Wykres Nikuradse można podzielić na 5 zakresów oznaczonych na rys.7.3 cyframi rzymskimi:

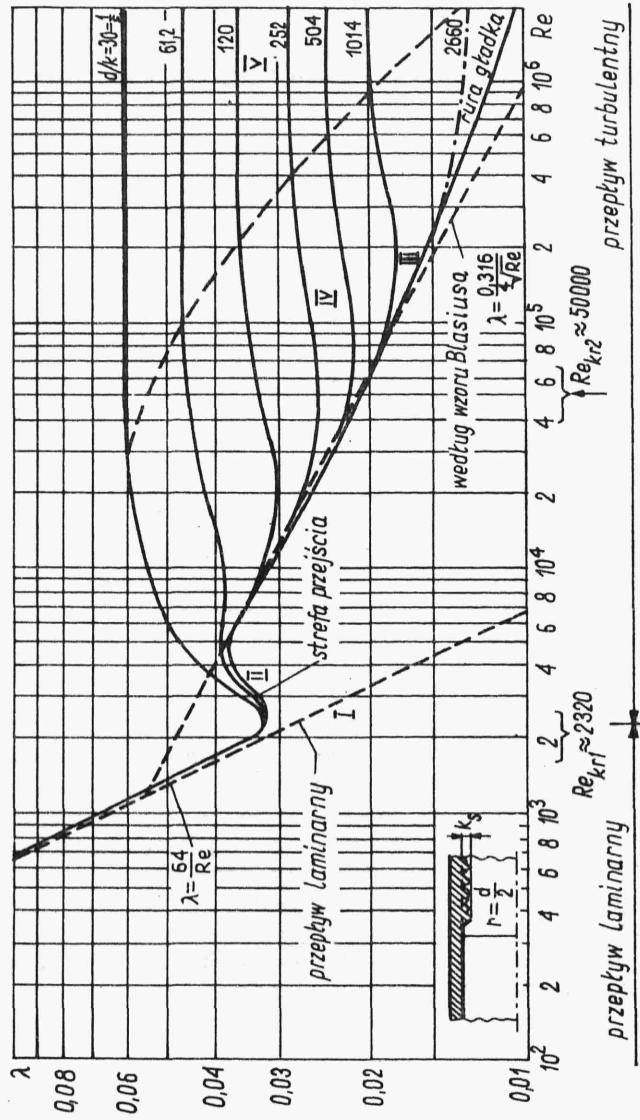
I. Pierwszy zakres odpowiada przepływowi laminarnemu, w którym współczynnik oporów liniowych określa się ze wzoru Hagen - Poiseuille'a (6.24)  $\lambda = \frac{64}{Re}$ .

II. Drugi zakres stanowi strefę przejściową od ruchu laminarnego do turbulentnego, zwaną strefą przejścia.

III. Trzeci zakres odpowiada przepływowi turbulentnemu w rurach hydraulicznie gładkich. Rurę nazywamy hydraulicznie gładką wtedy, gdy nierówności jej ścianek pokrywa całkowicie laminarna warstwa przyścienna. W tym przypadku grubość podwarstwy laminarnej powinna być większa od współczynnika chropowatości ( $y_0 > k$ , rys.7.2).



Rys.7.2



Rys.7.3

Dla tego zakresu wyprowadzony został wzór (6.51) Prandtla-Karmana, nieznacznie zmodyfikowany przez Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg(\text{Re}\sqrt{\lambda}) - 0,8.$$

Prostszym od powyższego i nie mniej dokładnym w obliczeniach współczynnika oporów liniowych  $\lambda$  dla rur gładkich jest powszechnie stosowany wzór Blasiusa

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}. \quad (7.10)$$

Mankamentem tego wzoru jest dość wąski zakres jego stosowalności w przedziale liczb Reynoldsa

$$4 \cdot 10^3 < \text{Re} < 1 \cdot 10^5.$$

IV. Czwarty zakres nazywa się strefą mieszaną albo przejściową przepływu turbulentnego. W tym zakresie w miarę wzrostu liczby  $\text{Re}$  zwęża się coraz bardziej podwarstwa laminarna, której grubość jest mniejsza od współczynnika chropowatości ( $y_0 < k$ , rys.7.2).

W tym zakresie współczynnik oporów liniowych zależy od liczby Reynoldsa i współczynnika względnej chropowatości

$$\lambda = \lambda(\text{Re}, \varepsilon).$$

V. W piątym zakresie zanika zupełnie wpływ podwarstwy laminarnej ( $y_0 = 0$ ). Krzywe na wykresie (rys.7.3) stają się prostymi równoległymi do osi odciętych. Wynika z tego, że współczynnik  $\lambda$  przestaje być zależny od liczby Reynoldsa, a zależy wyłącznie od współczynnika chropowatości względnej  $\lambda = f(\varepsilon)$ . Uwzględniając tę zależność we wzorze (7.3) łatwo zauważyć, że straty są proporcjonalne do kwadratu prędkości. Dlatego też zakres ten nazywamy strefą kwadratowej zależności oporów.

Wartość współczynnika  $\lambda$  w strefie kwadratowej zależności oporów oblicza się ze wzoru Nikuradse (6.54) w postaci

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{1}{\varepsilon} + 1,14$$

lub

$$\lambda = \frac{1}{\left(1,14 + 2 \lg \frac{1}{\varepsilon}\right)^2}. \quad (7.11)$$

Zbliżone do wzoru (7.11) wyniki można otrzymać ze wzoru Waldena w przedziale  $0,0001 \leq \varepsilon \leq 0,001$

$$\lambda = 0,0587 \varepsilon^{0,1858} \quad (7.12)$$

Dalsze badanie oporów hydraulicznych dotyczyły przepływów w przewodach technicznych o chropowatości naturalnej, która zależy od rodzaju materiału i technologii obróbki rur.

Chropowatość naturalna w odróżnieniu od tzw. chropowatości ziarnistej, sztucznej, jest nierównomierna a ponadto ulega ona zazwyczaj zmianie w czasie eksploatacji przewodu, np. wskutek korozji, osadów czy też szlifowania ścianek drobnymi ciałami stałymi unoszonymi przez strumień gazu w przewodzie.

Na szczególną uwagę zasługują badania Colebrooka i White'a dla rur o chropowatości naturalnej.

Przedstawione na wykresie (rys.7.4) wyniki badań Colebrooka i White'a różnią się w szczególności w zakresie IV od wyników uzyskanych przez Nikuradse, według których współczynnik  $\lambda$  osiąga minimum w IV zakresie. Natomiast według wykresu Colebrooka i White'a współczynnik  $\lambda$  maleje monotonicznie wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa osiągając wartości minimalne w zakresie V - w tzw. strefie kwadratowej zależności oporów. Wyniki analogiczne do przedstawionych na rys. 7.4 uzyskali m.in. Moody, Murin, Szeweliew, Walden.

W zakresie czwartym do obliczenia współczynnika  $\lambda$  stosowany jest półempiryczny wzór Colebrooka i White'a

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71 d} \right). \quad (7.13)$$

Łatwo wykazać, że wzór ten może być stosowany dla całego zakresu przepływu turbulentnego.

Przy założeniu, że  $k \rightarrow 0$  wzór (7.13) przekształci się we wzór Prandtla - Karmana (6.51) dla zakresu III.

Przy  $\text{Re} \rightarrow \infty$  otrzymuje się wzór Nikuradse (7.11) dla zakresu V.

Mankamentem wzoru (7.13) jest to, że  $\lambda$  występuje w nim w postaci uwikłanej i dlatego jest dość niedogodny w praktycznym zastosowaniu.

Późniejsze badania poszły w kierunku opracowania bardziej dogodnych do obliczeń wzorów półempirycznych opartych na podstawach teoretycznych i doświadczalnych.

Z innych wzorów na obliczenie współczynnika  $\lambda$  można wymienić następujące:

wzór Moody

$$\lambda = 0,0055 \left[ 1 + \left( 20\,000 \frac{k}{d} + \frac{10^6}{\text{Re}} \right)^{1/3} \right], \quad (7.14)$$



wzór Waldena

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{6,1}{\text{Re}} + 0,268 \frac{k}{d} \right). \quad (7.15)$$

Wzór (7.15) opracowany na podstawie badań teoretycznych i doświadczalnych umożliwia uzyskanie bardzo zbliżonych do wzoru (7.13) wyników i może być w sposób prosty i łatwy stosowany do obliczeń współczynnika  $\lambda$  dla całego zakresu przepływu burzliwego.

Przedstawione wzory na obliczenie współczynnika  $\lambda$  odnoszą się do przepływu całkowicie ustabilizowanego, tzn. kiedy rozkłady prędkości w dowolnych przekrojach poprzecznych są identyczne.

Jeżeli ciecz wypływa ze zbiornika do przewodu, to w przypadku przepływu laminarnego na długości początkowej przewodu zmienia się rozkład prędkości od równomiernego na wlocie do parabolicznego, w związku z czym na tej długości zmienia się współczynnik  $\lambda$ .

Długość początkową przewodu dla przepływu laminarnego przyjmuje się w przybliżeniu

$$l_{\text{lam}} = 0,03 \text{ Re } d.$$

Analogiczna długość dla przepływu turbulentnego jest znacznie mniejsza i wynosi

$$l_{\text{turb.}} = 40 \div 50 d.$$

### 7.3. WSPÓŁCZYNNIKI OPORÓW MIEJSCOWYCH

Oprócz strat liniowych na długości prostoosiowych przewodów o stałym przekroju poprzecznym należy również uwzględnić opory miejscowe związane z określonymi miejscami rurociągów, w których występują różnego rodzaju przeszkody, jak np. załamania, zagięcia, zmiany przekrojów poprzecznych, zawory, zasuw.

Wysokość strat miejscowych oblicza się ze wzoru (7.4)

$$h_{\text{sm}} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \zeta \frac{v^2}{2g},$$

w którym:  $\zeta$  - oznacza bezwymiarowy współczynnik oporu miejscowego,  
 $\Delta p$  - stratę ciśnienia przed i za przeszkodą,  
 $v$  - średnią prędkość przepływu.