

## 6.2. RÓWNANIE BERNOULLIEGO DLA CIECZY LEPKIEJ

W odróżnieniu od cieczy doskonałej (nielepkiej) przy przepływie płynu lepkiego (rzeczywistego) występują zgodnie z prawem Newtona na powierzchni strugi naprężenia styczne a więc i siły styczne, zwane również siłami tarcia. Wskutek tarcia wewnątrz cieczy część energii mechanicznej zamienia się w inną postać energii (ciepła) a więc można ją traktować jako stratę energii mechanicznej. Wyprowadzone dla płynu doskonałego równanie Bernoulliego nie może być stosowane w przepływach płynu lepkiego, gdyż energia mechaniczna (kinetyczna i potencjalna) nie będzie stała lecz będzie stale malała wzdłuż przepływu.

Rozważając dwa przekroje strugi cieczy lepkiej, można stwierdzić, że łączna energia mechaniczna w przekroju 1-1 będzie większa niż w przekroju 2-2. Chcąc rozszerzyć zakres stosowalności równania Bernoulliego dla płynu doskonałego również na ciecze rzeczywiste, należy do jego prawej strony dopisać człon, wyrażający ubytek energii mechanicznej w postaci sumy wysokości strat  $\sum h_{st}$ .

Nie wypowiadając się na razie co do wielkości strat energetycznych napiszemy równanie Bernoulliego dla strugi cieczy rzeczywistej w postaci

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \sum_{1-2} h_{st}. \quad (6.9)$$

W praktyce inżynierskiej równanie to jest stosowane dla strumieni, czasami nawet o bardzo dużych przekrojach poprzecznych (np. przy przepływie wody w przewodach rurowych i kanałach). Wówczas należy przyjmować średnie wartości prędkości i ciśnienia dla rozważonego przekroju strumienia, a jako geometryczną wysokość - odległość środka ciężkości przekroju poprzecznego od dowolnie określonego poziomu porównawczego.

Rozważając strumień cieczy lepkiej należy wziąć pod uwagę, że prędkości poszczególnych strug składających się na całkowity strumień są różne, a zatem do równania Bernoulliego należy wprowadzić prędkość średnią określoną z równania ciągłości  $v_{sr} = \frac{Q}{F}$ .

Energia kinetyczna  $E_{kr}$  obliczona według prędkości średniej jest na ogół różna od rzeczywistej energii  $E_{rz}$  strumienia cieczy w rozpatrywanym przekroju stanowiącej sumę energii kinetycznych poszczególnych strug.

Z prawa ciągłości dla strugi mamy

$$dQ = v dF.$$

Energia kinetyczna strugi wyraża się w postaci

$$\frac{\rho v^2 dQ dt}{2g} = \frac{\rho v^3 dF dt}{2g}.$$

Energia rzeczywista kinetyczna strumienia

$$E_{rz} = \frac{\rho dt}{2g} \int_F v^3 dF.$$

Energia kinetyczna obliczona według prędkości średniej

$$E_{sr} = \frac{\rho dt}{2g} v_{sr}^3 F.$$

Wprowadzamy tzw. współczynnik Coriolisa

$$\alpha = \frac{E_{rz}}{E_{sr}} = \frac{\int_F v^3 dF}{v_{sr}^3 F},$$

będący stosunkiem rzeczywistej energii kinetycznej strumienia w pewnym przekroju poprzecznym do energii kinetycznej obliczonej według prędkości średniej w tym przekroju. W przewodach pod ciśnieniem przy ruchu laminarnym  $\alpha = 2$ , przy turbulentnym  $1,026 \leq \alpha \leq 1,08$ .

Po uwzględnieniu w równaniu (6.9) współczynnika Coriolisa otrzymamy

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho} + z_1 = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho} + z_2 + \sum_{i=2} h_{st}. \quad (6.10)$$

Jest to równanie Bernoulliego dla strumienia cieczy lepkiej wyrażające bilans energii mechanicznej. Należy zwrócić uwagę, że strata energii mechanicznej spowodowana dysypacją energii podczas ruchu cieczy lepkiej może wyrazić się tylko spadkiem ciśnienia w przekroju 2-2 w porównaniu z ciśnieniem, jakie wystąpiłoby w tym przekroju w przypadku cieczy doskonałej, przy założeniu, że wydatek  $Q$  oraz ciśnienie  $p_1$  są jednakowe zarówno w przypadku cieczy rzeczywistej jak i doskonałej.

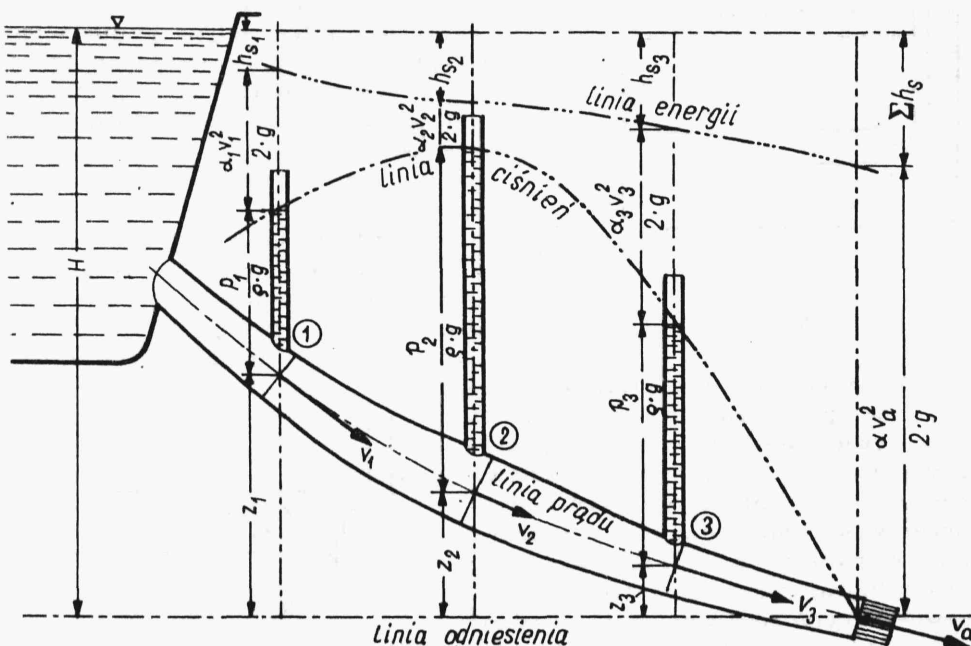
W dalszej części omówimy przebieg linii ciśnień i linii energii dla strumienia cieczy lepkiej. W interpretacji równania Bernoulliego dla

strugi cieczy doskonałej przedstawiono przebieg linii ciśnień, wyrażającej zmianę energii potencjalnej  $z + \frac{p}{\gamma}$  oraz poziomą linię energii wyrażającą rozkład całkowitej energii mechanicznej

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

w poszczególnych przekrojach strugi.

W przypadku cieczy rzeczywistej linia energii nie będzie linią poziomą, a będzie się obniżać z biegiem strugi lub strumienia (rys.6.5) wskutek wzrostu strat ciśnienia  $h_{str}$ . Linia ciśnień przebiega poniżej



Rys.6.5

linii energii o wartość wysokości prędkości  $\frac{\alpha v^2}{2g}$  i może wznosić się i opadać w zależności od zmiany prędkości. Linię ciśnień wzdłuż strumienia można wyznaczyć za pomocą piezometrów (pionowych rurek otwartych połączonych z badanym przewodem).

Należy zwrócić uwagę, że przy pomocy tego rodzaju piezometrów uzyskuje się przebieg linii nadciśnień a nie ciśnień bezwzględnych.