

### 3.7.6. PRAWO BIOTA-SAVARTA

Rozważmy elementarną strugę wirową dowolnego kształtu (rys. 3.27). Obierzmy na niej element  $dl$ , a następnie dowolny punkt  $A$  w odległości  $r$  od elementu. Oznaczmy kąt zawarty między promieniem  $r$  i osią strugi wirowej przez  $\theta$ .

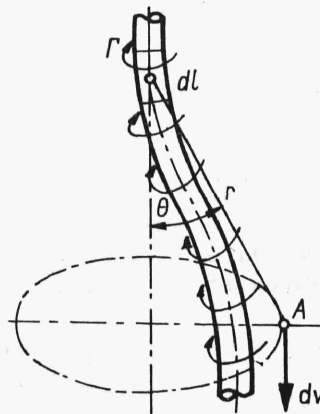
Przyrost prędkości wzbudzonej (indukowanej) przez element strugi wirowej  $dl$  w punkcie  $A$  wyznacza się ze wzoru

$$dv = \frac{\Gamma}{4\pi r^2} \sin \theta \, dl. \quad (3.36)$$

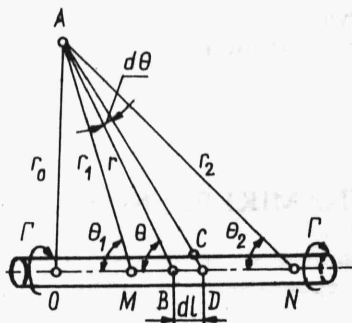
Wzór ten stanowi hydrodynamiczną analogię prawa Biota - Savarta, określającego oddziaływanie przewodnika elektrycznego. Przewodnikowi elektrycznemu odpowiada struga wirowa, natężeniu prądu - cyrkulacja, a indukowanemu przez prąd elektryczny polu magnetycznemu - pole prędkości.

Prędkość indukowana w punkcie  $A$  przez strugę wirową o długości  $l$

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_l \frac{\sin \theta \, dl}{r^2}. \quad (3.37)$$



Rys.3.27



Rys.3.28

Wyodrębnijmy na prostoliniowej strudze elementarnej  $MN$  i wyznaczmy wzbudzoną przez nią prędkość w punkcie  $A$  (rys. 3.28).

Zakładamy, że znane są kąty  $\theta_1$  i  $\theta_2$  zawarte między osią strugi wirowej i promieniami  $r_1$  i  $r_2$ , łączącymi odpowiednio punkty  $M$  i  $N$  z punktem  $A$ . Dany jest promień  $r_0$ , stanowiący odległość punktu  $A$  od osi strugi wirowej.

Przyjmijmy wewnątrz odcinka  $MN$  element  $BD = dl$ , któremu odpowiada elementarny kąt  $d\theta$ . Oznaczmy odległość  $AB$  przez  $r$ , a kąt nachylenia do poziomu przez  $\theta$ .

Z trójkąta  $ABC$  wyznaczmy

$$BC = r \, d\theta,$$

z trójkąta BCD

$$\sin \theta = \frac{BC}{BD} = \frac{r \, d\theta}{dl},$$

skąd

$$dl = \frac{r \, d\theta}{\sin \theta}.$$

Z trójkąta OAB obliczymy  $r_o = \frac{r_o}{\sin \theta}$ .

Podstawiając te wartości do wzoru (3.37) i całkując w granicach od  $\theta_2$  do  $\theta_1$ , otrzymamy prędkość indukowaną w punkcie A przez od-cinek strugi wirowej MN

$$v = \frac{\Gamma}{4 \pi r_o} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sin \theta \, d\theta = \frac{\Gamma}{4 \pi r_o} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \quad (3.38)$$

Gdy linia wirowa jest nieograniczona  $\theta_1 = \pi$ ;  $\theta_2 = 0$ , wzór (3.38) przyjmie postać

$$v = \frac{\Gamma}{2 \pi r_o} \quad (3.39)$$

Przepływ wzbudzony przez nieograniczoną linię wirową odbywa się po kołowych liniach prądu, leżących w płaszczyznach prostopadłych do osi strugi wirowej. Taki przepływ płaski rozpatrywaliśmy w rozdziale 3.6.4 i nazywaliśmy go płaskim wirem kołowym.

Prawo Biota i Savarta znajduje szerokie zastosowanie w teorii płatów samolotów i łopatek turbin.

## 4. PODSTAWOWE RÓWNANIA DYNAMIKI PŁYNÓW DOSKONAŁYCH

### 4.1. UWAGI OGÓLNE

Podstawowe równania dynamiki płynu doskonałego zostały opracowane przez L. Eulera (1755 r.). Dalszym ważnym krokiem w rozwoju