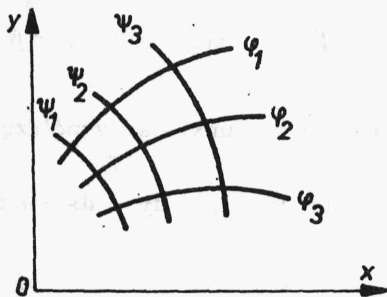


czyli linii jednakowego potencjału prędkości i linii prądu (rys.3.11). Funkcje $\varphi(x,y)$ i $\psi(x,y)$ nazywamy funkcjami harmonicznymi sprzężonymi. Te dwa układy wzajemnie do siebie prostopadłych linii nazywamy siatką hydrodynamiczną.



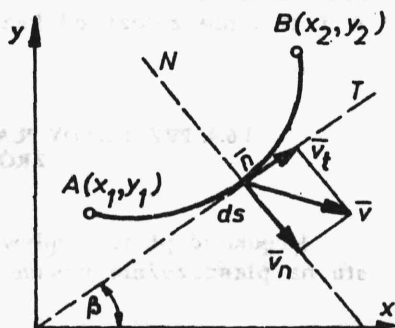
Rys.3.11

3.6.3. NATĘŻENIE PRZEPŁYWU

Natężeniem przepływu Q_{AB} w płaskim ruchu potencjalnym nazywamy strumień płynu przepływający przez odcinek AB dowolnej krzywej (rys. 3.12). Oznaczmy współrzędne punktów A i B odpowiednio przez x_1, y_1 oraz x_2, y_2 . Obierzmy na odcinku krzywej AB element ds i przeprowadźmy do niego prostą N , na której znajduje się jednostkowy wektor normalny \bar{n} .

Oznaczmy kąt nachylenia stycznej T do osi x przez β . Niech wektor prędkości odpowiadający elementowi ds będzie \bar{v} , a jego składowe normalne i styczne do odcinka AB będą odpowiednio \bar{v}_n oraz \bar{v}_t .

Strumień płynu przepływającego przez element ds w jednostce czasu równy jest



Rys.3.12

$$dQ = v_n ds = \bar{v} \bar{n} ds.$$

Natężenie przepływu przez odcinek AB wyrazimy w postaci

$$Q_{AB} = \int_A^B \bar{v} \bar{n} ds = \int_A^B (v_x n_x + v_y n_y) ds,$$

gdzie: $n_x = \cos(n, x) = \sin \beta$;

$n_y = \cos(n, y) = -\cos \beta$.

Uwzględniając powyższe związki, otrzymamy

$$Q_{AB} = \int_A^B (-v_x \sin \beta + v_y \cos \beta) ds.$$

Rzuty elementu ds na kierunki osi współrzędnych są równe:

$$dx = ds \cos \beta, \quad dy = ds \sin \beta,$$

czyli

$$Q_{AB} = - \int_A^B (v_x dy - v_y dx) = - \int_A^B d\psi.$$

Ostatecznie

$$Q_{AB} = \psi(x_1, y_1) - \psi(x_2, y_2).$$

A zatem, natężenie przepływu przez odcinek krzywej AB w płaskim ruchu potencjalnym równe jest różnicy funkcji prądu w punktach A i B i nie zależy od kształtu krzywej.

3.6.4. PRZYKŁADY PŁASKICH PRZEPŁYWÓW POTENCJALNYCH ŹRÓDŁO I UPUST (DIPOL)

Prędkość płynu wypływającego ze źródła lub wpływającego do upustu na płaszczyźnie równa jest

$$v_r = \frac{d\varphi}{dr} = \frac{\pm Q}{2\pi r}.$$

Całkując to wyrażenie, otrzymamy potencjał prędkości

$$\varphi(x, y) = \pm \frac{Q}{2\pi} \ln r,$$

gdzie $r = (x^2 + y^2)^{0,5}$.