

We wzorze tym  $k_p$  nazywamy współczynnikiem przepuszczalności,  $k_p$  ma wymiar powierzchni  $m^2$  lub  $cm^2$ .

Współczynnik przepuszczalności  $k_p$  zależy wyłącznie od fizycznych własności gruntu.

Tablica 13.2

| Nazwa gruntu             | Średnie wartości $k$ [m/s]     | Nazwa gruntu              | Średnie wartości $k$ [m/s]     |
|--------------------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| Glina                    | $10^{-8} \div 6 \cdot 10^{-8}$ | Grunt piaszczysty pulchny | $10^{-5} \div 6 \cdot 10^{-5}$ |
| Glina piaszczysta        | $10^{-7} \div 6 \cdot 10^{-7}$ | Piasek drobnoziarnisty    | $10^{-5} \div 6 \cdot 10^{-5}$ |
| Grunt piaszczysty zwarty | $10^{-6} \div 6 \cdot 10^{-6}$ | Piasek gruboziarnisty     | $10^{-4} \div 6 \cdot 10^{-4}$ |

### 13.5. RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FILTRACJI WÓD PODZIEMNYCH

Równania klasycznej hydrodynamiki nie dadzą się bezpośrednio zastosować do ruchu cieczy przez oddzielne pory gruntu na skutek różnej wielkości i kształtu ziarn, rozmaicie względem siebie ułożonych. W zagadnieniach ruchu wód podziemnych rozważamy średnie wartości ciśnienia i prędkości filtracji przez makroskopowo małe przekroje, lecz równocześnie duże w porównaniu z porami gruntu.

W tym przypadku rzeczywisty grunt zastępujemy takim gruntem fikcyjnym, w którym opór hydrauliczny, będzie równy oporowi gruntu rzeczywistego.

Z liniowego prawa filtracji wynika, że strata ciśnienia jest proporcjonalna do prędkości w pierwszej potęgze.

Wzór Darcy (13.4) w przestrzennym układzie współrzędnych prostokątnych możemy przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned}
 v_x &= -k \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{\partial(kh)}{\partial x}, \\
 v_y &= -k \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{\partial(kh)}{\partial y}, \\
 v_z &= -k \frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{\partial(kh)}{\partial z}.
 \end{aligned}
 \tag{13.5}$$

W równaniach tych wysokość naporu  $h = z + \frac{p}{\gamma}$  zależy od współrzędnych  $x, y, z$ .

Z równań (13.5), wynika, że składowe prędkości filtracji można wyrazić w postaci pochodnych cząstkowych funkcji  $\varphi = -k h$ , zwanej potencjałem prędkości filtracji:

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Podstawiając te zależności do równania ciągłości dla ustalonego ruchu cieczy nieściśliwej, otrzymamy równanie Laplace'a dla potencjału prędkości filtracji

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

A więc zagadnienie ustalonego ruchu wód swobodnych w jednorodnym gruncie sprowadza się do rozwiązywania równania Laplace'a z uwzględnieniem warunków brzegowych.

W przypadku płaskiej filtracji będziemy mieli dwa równania ruchu:

$$\begin{aligned} v_x &= -k \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \\ v_y &= -k \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \end{aligned} \tag{13.6}$$

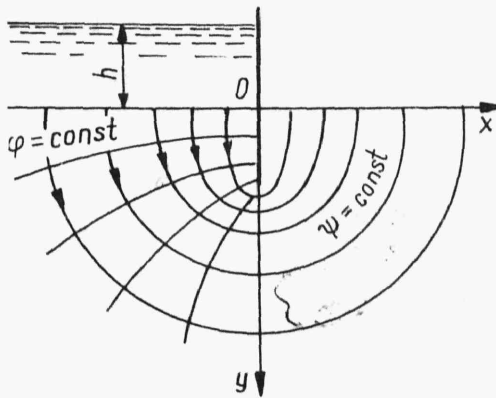
Analogicznie jak w przestrzennej filtracji otrzymamy równanie Laplace'a dla ruchu płaskiego

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

Ponieważ  $\varphi = -k h$  jest potencjałem prędkości, to rozpatrywany ruch wód swobodnych ma charakter ruchu potencjalnego, w którym linie jednakowych potencjałów  $\varphi(x, y) = \text{const}$  są ortogonalne do linii prądu  $\psi(x, y) = \text{const}$  (rys.13.3).

Na podstawie otrzymanych związków (13.6) dla ruchu potencjalnego płaskiego możemy napisać, że:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \\ v_y &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \end{aligned}$$



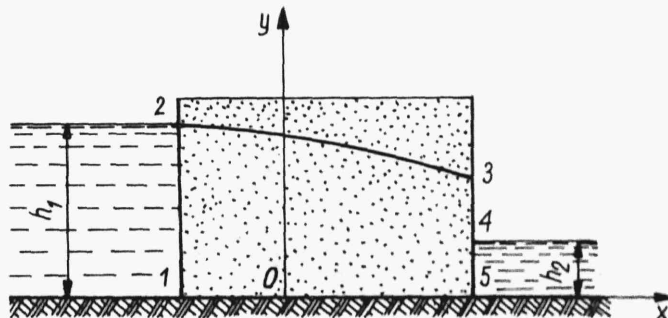
Rys.13.3

W tych równaniach potencjał prędkości  $\varphi$  będzie równy

$$\varphi = -k h = -k \left( y + \frac{p}{\gamma} \right).$$

Całkując równanie Laplace'a z uwzględnieniem warunków brzegowych wyznaczmy potencjał prędkości  $\varphi(x,y) = -k h$ , wysokość naporu  $h(x,y)$ , a następnie z zależności (13.6) obliczymy składowe prędkości filtracji  $v_x$  i  $v_y$ .

Ustalmy teraz warunki brzegowe. Brzegi obszaru filtracji wód gruntowych mogą stanowić różnego rodzaju odcinki (rys.13.4).



Rys.13.4

a. Przepuszczalne odcinki, przez które ciecz ze zbiornika przepływa do obszaru filtracji. Na odcinkach tych ma miejsce hydrostatyczny rozkład ciśnienia, a więc wysokość naporu będzie równa

$$h = y + \frac{p}{\gamma} = \text{const} \quad \text{lub} \quad \varphi = \text{const}.$$

Na rysunku 13.4 na odcinku 1-2, przez który woda przepływa ze zbiornika górnego o głębokości  $h_1$  do prostokątnej grobli:

$$h = h_1, \quad \varphi = -k h_1.$$

Na odcinku 4-5 wypływu wody z grobli pod zwierciadłem dolnego zbiornika o głębokości  $h_2$ :

$$h = h_2; \quad \varphi = -k h_2.$$

b. Nieprzepuszczalne odcinki stanowią linie prądu

$$\psi = \text{const.}$$

W naszym przypadku odcinek 1-5 jest nieprzepuszczalnym podłożem grobli, na którym

$$\psi = q,$$

gdzie  $q$  oznacza wydatek wody na 1 m grobli.

c. Odcinki przeciekania wody gruntowej, na których panuje ciśnienie atmosferyczne. Na rysunku 13.4 odcinkiem przeciekania jest 3-4, na którym wysokość piezometryczna  $\frac{p}{\gamma} = 0$ , czyli:

$$h = y; \quad \varphi = -k y.$$

d. Krzywa powierzchni swobodnej lub krzywa depresji 2-3. Na krzywej depresji możemy przyjąć dwa warunki:

- ciśnienie we wszystkich punktach jest stałe i równe ciśnieniu atmosferycznemu, wówczas  $\frac{p}{\gamma} = 0$ :

$$h = y, \quad \varphi = -k y,$$

- krzywa depresji stanowi linię prądu, na której

$$\psi = 0.$$

Ustalając warunki brzegowe możemy rozróżnić dwa rodzaje filtracji wód gruntowych.

1. Jeżeli na brzegach obszaru filtracji istnieją odcinki, na których panuje ciśnienie atmosferyczne (np. powierzchnia swobodna), to ma miejsce filtracja o swobodnym zwierciadle (bezciśnieniowa).

2. Jeżeli na wszystkich odcinkach brzegów obszaru filtracji ciśnienie jest różne od atmosferycznego, to ma miejsce filtracja pod ciśnieniem.