

Długość odskoku można obliczyć za pomocą wzorów empirycznych.  
Wzór Pawłowskiego

$$L = 2,5(1,9 h_2 - h_1).$$

Wzór Wóycickiego

$$L = \left(8 - 0,05 \frac{h_2}{h_1}\right)(h_2 - h_1).$$

Przykład 12.7. Obliczyć głębokość wody  $h_2$  za odskokiem, płynącej kanałem o szerokości  $b = 8$  m, jeżeli wydatek  $Q = 24$  m<sup>3</sup>/s i głębokość  $h_1 = 0,6$  m. Wyznaczyć długość  $L$  odskoku.

Rozwiązanie. Obliczamy głębokość krytyczną

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha'}{g} q^2} = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{b^2}} = \sqrt[3]{\frac{1,1 \cdot 24^2}{9,81 \cdot 8^2}} \approx 1,0 \text{ m}.$$

Głębokość

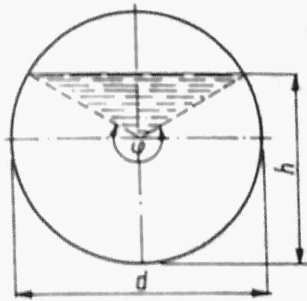
$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_{kr}}{h_1} \right)^3} - 1 \right] = \frac{0,6}{2} \left[ \sqrt{1 + 8 \left( \frac{1}{0,6} \right)^3} - 1 \right] = 1,55 \text{ m}.$$

Długość odskoku

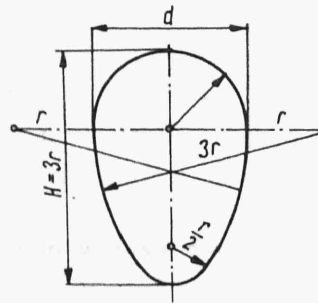
$$L = \left(8 - 0,05 \frac{h_2}{h_1}\right)(h_2 - h_1) = \left(8 - 0,05 \frac{1,55}{0,6}\right)(1,55 - 0,6) = 7,48 \text{ m}.$$

## 12.9. BEZCIŚNIENIOWY RUCH CIECZY W PRZEWODACH ZAMKNIĘTYCH

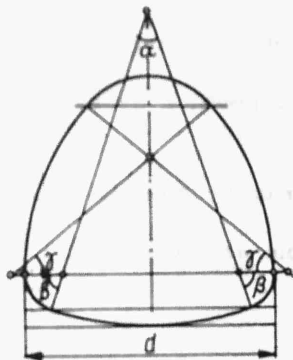
Bezciśnieniowy ruch cieczy w przewodach lub kanałach zamkniętych odbywa się grawitacyjnie przekrojem niepełnym. Najczęściej stosowane są kanały o przekroju kołowym, jajowym, gruszkowym i dzwonowym (rys.12.10, 12.11, 12.12, 12.13).



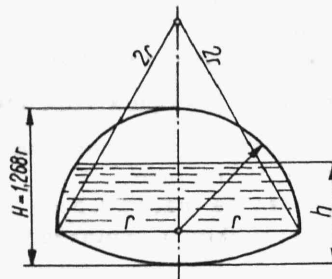
Rys. 12.10



Rys. 12.11



Rys. 12.12



Rys. 12.13

Wydatek obliczamy ze wzoru Chezy

$$Q = F C \sqrt{R_h i}.$$

Współczynnik C obliczamy ze wzoru Pawłowskiego

$$C = \frac{1}{n} R_h^y$$

przyjmując wartość współczynnika chropowatości n od 0,011 do 0,025.

Ponieważ promień hydrauliczny w przewodach kanałowych jest prawie zawsze mniejszy od 1,0 m ( $R_h < 1,0$  m), to wartość wykładnika potęgowego y we wzorze Pawłowskiego można przyjąć z podanego na str. 457 zestawienia.

n	y	n	y
0,011 ± 0,013	0,167	0,018 ± 0,020	0,200
0,015 ± 0,018	0,185	0,0225 ± 0,025	0,225

Z powyższych wzorów obliczamy spadek hydrauliczny

$$i = \frac{n^2 Q^2}{F^2 R_h^{2y+1}}.$$

Stosunek napełnienia  $h$  do średnicy rury  $d$  nazywamy stopniem napełnienia.

We wzorze tym zarówno przekrój  $F$ , jak i promień hydrauliczny  $R_h$  są funkcjami stopnia napełnienia  $\frac{h}{d}$ .

W związku z tym wzory na prędkość  $v$  oraz wydatek  $Q$  są odpowiednio zmodyfikowane.

Prędkość ze wzoru Chézy z uwzględnieniem współczynnika  $C$  ze wzoru Pawłowskiego napiszemy w postaci

$$v = C \sqrt{R_h i} = \frac{1}{n} R_h^y \sqrt{R_h i}.$$

Do obliczeń przyjmujemy współczynnik chropowatości  $n = 0,013$ .

Odczytujemy z powyższej tabelki  $y = 0,167 \approx \frac{1}{6}$ .

Podstawiając te wartości do wzoru Chézy otrzymamy

$$v = \frac{1}{0,013} R_h^{\frac{1}{6}} \cdot R_h^{\frac{1}{2}} \cdot i^{\frac{1}{2}} = 77 R_h^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}.$$

W przewodach o przekroju kołowym promień hydrauliczny zależy od średnicy  $d$  i głębokości napełnienia  $h$ . Ostatni wzór można więc przekształcić następująco

$$v = 77c \cdot d^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}} = A \cdot d^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}.$$

We wzorze tym współczynnik  $A = 77c$  zależy od stopnia napełnienia -  $h/d$ .

Wzór na wydatek napiszemy w postaci

$$Q = F v = b d^2 A d^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}}.$$

We wzorze tym  $b$  oznacza współczynnik zależny od stopnia napełnienia rury i wynosi  $b = \frac{F}{d^2}$ .

Jeżeli oznaczymy  $b A = B$ , to  $Q = B \cdot d^{\frac{8}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}$ . Wartości współczynników  $A$  i  $B$  podane są w tabl.12.4.

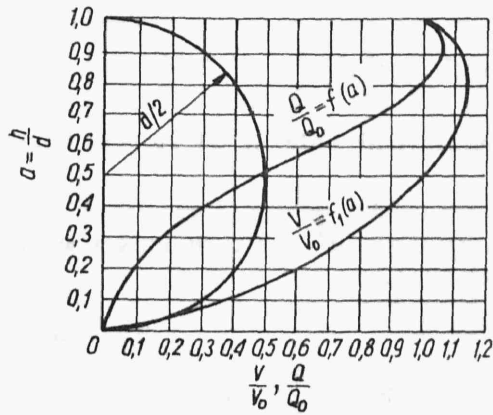
Tablica 12.4

$h/d$	$U$	$F$	$R_h$	$A$	$B$
0,2	0,927d	$0,112d^2$	0,121d	22,05	2,46
0,4	1,369d	$0,293d^2$	0,214d	29,39	0,62
0,6	1,772d	$0,492d^2$	0,278d	33,46	16,46
0,8	2,214d	$0,674d^2$	0,304d	35,02	23,59
0,9	2,498d	$0,744d^2$	0,298d	34,34	25,55
0,95	2,695d	$0,771d^2$	0,286d	33,41	25,76
1,00	3,142d	$0,785d^2$	0,250d	30,56	23,99

Analizując tabl.12.4 łatwo zauważyć, że największa prędkość w przewodzie o przekroju kołowym występuje nie przy całkowitym wypełnieniu rury, lecz przy stopniu napełnienia  $a = \frac{h}{d} = 0,81$ . Fakt ten można wytłumaczyć tym, że przy napełnieniu górnej części przekroju kołowego obwód zwilżony  $U$  szybciej rośnie niż pole przekroju  $F$ , w związku z czym przy  $h > 0,81 d$  maleje promień hydrauliczny  $R_h$ , a tym samym i prędkość  $v$ .

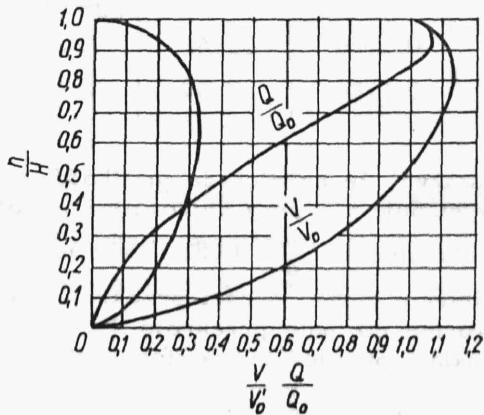
Na rysunku 12.14 przedstawiono wykres zależności względnej prędkości średniej  $\frac{v}{v_0}$  w przekroju kołowym od stopnia napełnienia  $a = h/d$  ( $v_0$  - prędkość przy całkowitym wypełnieniu rury). Największa prędkość jest równa  $v_{\max} = 1,16 v_0$ .

Największy wydatek w przewodzie rurowym odpowiada głębokości napełniania  $h = 0,95d$ , przy czym  $Q_{\max} = 1,087 Q_0$  ( $Q_0$  - wydatek przy całkowitym wypełnieniu). Na rys.12.14 pokazano krzywą zależności względnego wydatku od stopnia napełnienia  $\frac{Q}{Q_0} = f(a)$ .

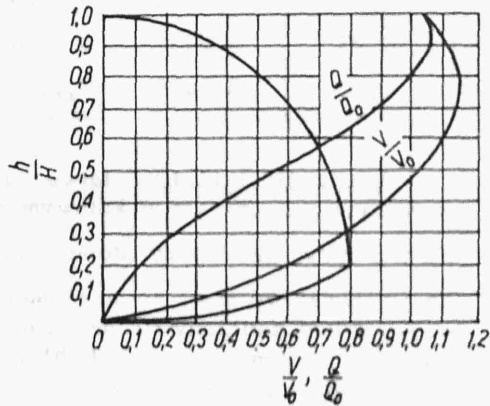


Rys.12.14

przy różnych stopniach napełnienia i różnorodnej chropowatości można przeprowadzić opracowaną przez Łobaczewa metodą bezwymiarowych funkcji.



Rys.12.15



Rys.12.16

Analogiczne zależności

$\frac{v}{v_0} = f_1(a)$  oraz  $\frac{Q}{Q_0} = f(a)$  od stopnia napełnienia  $a = \frac{h}{H}$  przedstawiono na rys.12.15 dla przekroju jajowego oraz na rys.12.16 dla przekroju dzwonowego.

W tablicy 12.5 zestawiono wartości ( $v_0$  i  $Q_0$ ) prędkości i wydatków przy całkowitym wypełnieniu kanałów o przekrojach kołowych, jajowych i dzwonowych dla  $i = 1$  oraz współczynnika chropowatości  $n = 0,013$ .

Hydrauliczne obliczenie przewodów o przekroju kołowym, jajowym, gruszkowym i dzwonowym

Wprowadzamy następujące pojęcia i zależności.

Funkcja pola przekroju

$$\phi(\zeta) = \frac{F}{b^2}.$$

Tablica 12.5

Przekrój okrągły			Przekrój jajowy			Przekrój dzwonowy		
d	$v_o$	$Q_o$	H	$v_o$	$Q_o$	H	$v_o$	$Q_o$
[m]	[m/s]	[l/s]	[m]	[m/s]	[l/s]	[m]	[m/s]	[l/s]
0,2	9,64	303	0,30	14,43	1523	0,5	25,40	12280
0,3	12,86	908	0,40	18,03	3314	0,6	28,70	20120
0,4	16,12	2028	0,50	21,31	6119	0,7	32,10	30400
0,5	19,09	3718	0,60	24,19	10000	0,8	35,10	43600
0,6	21,70	6132	0,70	27,03	15210	0,9	38,00	59600
0,7	24,27	9340	0,80	29,34	21550	1,0	40,70	78800
0,8	26,81	13490	0,90	32,17	29930	1,2	46,20	128000
0,9	28,95	18410	1,00	34,43	42690	1,4	50,90	193000
1,0	31,00	24350	1,10	37,00	51430	1,6	55,70	276000
1,1	33,09	31480	1,20	38,92	64390	1,8	59,80	375000
1,2	35,07	39660	1,30	40,12	78580	2,0	63,90	495000
1,3	37,04	49090	1,40	42,68	92190			
1,4	39,05	60100	1,50	44,81	115800			
1,5	41,02	72470						

Oznaczamy przez  $b$  główny wymiar przekroju (średnica, promień lub szerokość dna), przez  $\zeta = \frac{h}{H}$  stopień napełnienia ( $H$  - całkowita wysokość).

Funkcja obwodu zwilżonego

$$X(\zeta) = \frac{U}{b}.$$

Funkcja kształtu przekroju

$$\psi(\zeta) = \frac{X(\zeta)^2}{\phi(\zeta)} = \frac{U^2}{F}.$$

Jeżeli w ruchu jednostajnym przyjmiemy we wzorze Chézy  $v = C \sqrt{R_h i}$  współczynnik  $C$  wg wzoru Pawłowskiego  $C = \frac{1}{n} R_h^y$ , to prędkość wyrazić możemy w postaci

$$v = \frac{1}{n} \left( \frac{F}{U} \right)^{0,5+y} i^{0,5}.$$

Podstawiając  $F = b^2 \phi(\zeta)$  oraz  $U = b \cdot X(\zeta)$ , otrzymamy

$$v = \frac{1}{n} i^{0,5} \cdot b^{0,5+y} \left[ \frac{\phi(\zeta)}{X(\zeta)} \right]^{0,5+y},$$

skąd

$$\left[ \frac{X(\zeta)}{\phi(\zeta)} \right]^{0,5+y} = \frac{i^{0,5} b^{0,5+y}}{n v}.$$

Jeśli podstawić  $v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{b^2 \phi(\zeta)}$ , to

$$\left[ \frac{X(\zeta)}{\phi(\zeta)} \right]^{0,5+y} = \frac{i^{0,5} b^{0,5+y} b^2 \phi(\zeta)}{n Q}$$

lub

$$\frac{X(\zeta)^{0,5+y}}{\phi(\zeta)^{1,5+y}} = \frac{i^{0,5} b^{2,5+y}}{n Q}.$$

Podstawiając  $y = \frac{1}{6} = 0,167$ , otrzymamy

$$\frac{X(\zeta)^{2/3}}{\phi(\zeta)^{5/3}} = \frac{i^{0,5} b^{2,67}}{n Q} = Z(\zeta).$$

Podnosząc obie strony do kwadratu, napiszemy

$$\frac{X(\zeta)^{4/3}}{\phi(\zeta)^{10/3}} = \frac{i \cdot b^{5,33}}{n^2 Q^2} = \Delta(\zeta), \quad (12.18)$$

gdzie  $\Delta(\zeta) = Z^2(\zeta)$ .

Metoda bezwymiarowych funkcji jest szczególnie prosta i dogodna w hydraulicznych obliczeniach przewodów zamkniętych o przekroju kołowym, jajowym i gruszkowym. Polega ona na tym, że znając wielkości  $Q$ ,  $n$ ,  $b$  oraz  $i$  obliczamy ze wzoru (12.18) funkcję bezwymiarową  $\Delta(\zeta)$ , za pomocą której znajdujemy z tablic wartość  $\zeta = \frac{h}{H}$ , głąbo-

kość napełnienia  $h = \zeta H$ , pole przekroju  $F = b^2 \phi(\zeta)$  oraz średnią prędkość  $v = \frac{Q}{F}$ .

Wartości bezwymiarowych funkcji dla przekrojów kołowego ( $b = d$ ) (tabl.12.6), gruszkowego ( $H = d = b$ ) (tabl.12.7) i jajowego ( $H = 3r; b = r$ ) (tabl.12.8) podane są w tablicach.

Tablica 12.6

$\zeta = \frac{h}{d}$	$X(\zeta)$	$\phi(\zeta)$	$\Delta(\zeta)$	$\zeta = \frac{h}{d}$	$X(\zeta)$	$\phi(\zeta)$	$\Delta(\zeta)$
0,050	0,451	0,0149	455714	0,24	1,024	1,1449	640,7
0,055	0,473	0,0169	296078	0,26	1,070	0,1628	464,4
0,060	0,495	0,0192	204985	0,48	1,115	0,1800	351,0
0,065	0,516	0,0217	145991	0,30	1,159	0,1981	263,4
0,070	0,536	0,0240	105729	0,32	1,202	0,2160	209,4
0,075	0,555	0,0258	79536	0,34	1,245	0,2350	166,1
0,080	0,573	0,0294	60488	0,36	1,286	0,2540	133,9
0,085	0,592	0,0322	46333	0,38	1,328	0,2730	102,4
0,090	0,609	0,0350	37694	0,40	1,369	0,293	90,54
0,095	0,627	0,0379	29305	0,42	1,410	0,313	75,99
0,10	0,645	0,0409	23618	0,44	1,450	0,332	64,31
0,11	0,676	0,0470	15871	0,46	1,490	0,352	54,91
0,12	0,707	0,0530	11003	0,48	1,530	0,372	47,35
0,13	0,737	0,0599	7902	0,50	1,570	0,392	41,17
0,14	0,767	0,0688	5803	0,52	1,610	0,412	36,92
0,15	0,795	0,0738	4361	0,54	1,650	0,432	31,85
0,16	0,823	0,0811	3338	0,56	1,691	0,452	28,31
0,17	0,850	0,0886	2599	0,58	1,731	0,472	25,33
0,18	0,876	0,0961	2062	0,60	1,772	0,491	22,81
0,19	0,902	0,1039	1651	0,62	1,813	0,511	20,65
0,20	0,927	0,1118	1343	0,64	1,854	0,530	18,81
0,22	0,976	0,1281	914,3	0,66	1,896	0,549	17,22
0,68	1,939	0,568	15,86	0,86	2,374	0,718	9,532
0,70	1,982	0,581	14,68	0,88	2,434	0,732	9,262
0,72	2,026	0,605	13,66	0,90	2,998	0,7445	8,936
0,74	2,071	0,622	12,81	0,92	2,568	0,7559	8,936

**Przykład 12.8.** Obliczyć głębokość napełnienia  $h$  i prędkość  $v$  przepływu w przewodzie o przekroju kołowym, jeżeli wydatek  $Q = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ , spadek  $i = 0,001$ , współczynnik chropowatości  $n = 0,014$  oraz średnica  $d = 1,2 \text{ m}$ .

Dla przekroju kołowego  $b = d$ .

Rozwiązanie. Ze wzoru (12.18) obliczamy

$$\Delta(\zeta) = \frac{i d^{5,33}}{n^2 Q^2} = \frac{0,001 \cdot 1,2^{5,33}}{0,014 \cdot 1^2} = 13,48.$$



Tablica 12.7

$\zeta = \frac{h}{H}$	$X(\zeta)$	$\phi(\zeta)$	$\Delta(\zeta)$	$\zeta = \frac{h}{H}$	$X(\zeta)$	$\phi(\zeta)$	$\Delta(\zeta)$
0,07	0,836	0,037	43935	0,36	1,488	0,3255	71,49
0,08	0,878	0,046	23994	0,38	1,528	0,3459	60,61
0,09	0,928	0,0548	14440	0,40	1,569	0,3659	52,01
0,10	0,942	0,0638	8900	0,42	1,610	0,3858	45,12
0,11	0,970	0,0730	5905	0,44	1,651	0,4055	39,52
0,12	0,995	0,0823	4088	0,46	1,692	0,4250	34,93
0,13	1,019	0,0918	2932	0,48	1,733	0,4442	31,13
0,14	1,042	0,1014	2167	0,50	1,775	0,4632	27,95
0,15	1,064	0,9760	1642	0,55	1,880	0,5093	21,99
0,16	1,085	0,1210	1272	0,60	1,987	0,5533	17,96
0,17	1,106	0,1308	1005	0,65	2,096	0,5948	15,15
0,18	1,127	0,1408	807,3	0,70	2,2081	0,6334	13,17
0,19	1,147	0,1507	658,2	0,75	2,323	0,6687	11,85
0,20	1,167	0,1607	543,9	0,80	2,442	0,7000	10,79
0,22	1,207	0,1812	381,5	0,85	2,566	0,7270	10,71
0,24	1,247	0,2019	277,7	0,90	2,636	0,7464	9,652
0,26	1,287	0,2228	208,6	0,92	2,692	0,7555	9,536
0,28	1,327	0,2436	161,5	0,94	2,760	0,7637	9,511
0,30	1,367	0,2642	128,1	0,96	2,836	0,7707	9,564
0,32	1,407	0,2448	103,7	0,98	2,934	0,7762	9,773
0,34	1,448	0,3053	85,47	1,00	3,167	0,7792	10,680

Tablica 12.8

$\zeta = \frac{h}{H}$	$X(\zeta)$	$\phi(\zeta)$	$\Delta(\zeta)$	$\zeta = \frac{h}{H}$	$X(\zeta)$	$\phi(\zeta)$	$\Delta(\zeta)$
0,08	1,026	0,145	651,20	0,70	4,988	3,223	0,1725
0,12	1,318	0,258	132,42	0,72	5,109	3,342	0,1577
0,16	1,600	0,390	43,19	0,74	5,232	3,459	0,1462
0,20	1,875	0,539	18,17	0,76	5,356	3,576	0,1340
0,24	2,143	0,703	8,457	0,78	5,482	3,690	0,1245
0,28	2,406	0,881	4,930	0,80	5,611	3,801	0,1163
0,32	2,664	1,070	2,944	0,82	5,744	3,909	0,1093
0,36	2,918	1,271	1,877	0,84	5,882	4,014	0,1033
0,40	3,168	1,481	1,458	0,86	6,025	4,114	0,0982
0,44	3,416	1,698	0,881	0,88	6,177	4,209	0,0941
0,48	3,661	1,923	0,638	0,90	6,339	4,298	0,0908
0,52	3,905	2,153	0,477	0,92	6,515	4,380	0,0885
0,56	4,147	2,387	0,366	0,96	6,711	4,454	0,0871
0,60	4,388	2,624	0,287	0,96	6,940	4,517	0,0869
0,64	4,628	2,863	1,998	0,98	7,233	4,566	0,0886
0,68	4,862	3,013	0,1893	1,00	7,930	4,594	0,0810

Z tablicy 12.6 odczytujemy wartość  $\zeta = 0,724$  odpowiadającą  $\Delta(\zeta) = 13,48$ . Głębokość napełnienia

$$h = \zeta d = 0,724 \cdot 1,2 = 0,87 \text{ m}.$$

Pole przekroju  $F = b^2 \phi(\zeta) = d^2 \phi(\zeta)$ .

Dla  $\zeta = 0,724$  wartość  $\phi(\zeta) = 0,609$  (tabl.12.6), czyli

$$F = 1,2^2 \cdot 0,609 = 0,877 \text{ m}^2.$$

Prędkość przepływu

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{1,0}{0,877} = 1,14 \text{ m/s}.$$

Przykład 12.9. Obliczyć wymiary kanału o przekroju gruszkowym oraz prędkość przepływu, jeżeli stopień napełnienia  $\zeta = \frac{h}{H} = 0,9$ , spadek  $i = 0,0003$ , współczynnik chropowatości  $n = 0,015$ , wydatek  $Q = 3,6 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Rozwiązanie. Ze wzoru (12.18) obliczamy

$$\Delta(\zeta) = \frac{i d^{5,33}}{n^2 Q^2},$$

skąd

$$d^{5,33} = \frac{\Delta(\zeta) n^2 Q^2}{i}.$$

Wartość  $\Delta(\zeta) = 9,65$  odczytujemy z tabl.12.7 dla  $\zeta = \frac{h}{H} = 0,9$ ,  
wówczas

$$d^{5,33} = \frac{9,65 \cdot 0,015^2 \cdot 3,6^2}{0,0003} = 94,$$

skąd wyznaczamy

$$d = \sqrt[5,33]{94} = 2,35 \text{ m}.$$

Dla  $\zeta = 0,9$  wartość  $\phi(\zeta) = 0,746$ .

Pole przekroju

$$F = d^2 \phi(\zeta) = 2,35^2 \cdot 0,746 = 4,1 \text{ m}^2.$$

Prędkość przepływu

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{3,6}{4,1} = 0,88 \text{ m/s}.$$

Przykład 12.10. Obliczyć głębokość napełnienia  $h$  oraz prędkość  $v$  przepływu w kanale o przekroju jajowym, jeżeli wydatek  $Q = 2,2 \text{ m}^3/\text{s}$ , spadek  $i = 0,0005$ , współczynnik chropowatości  $n = 0,015$  oraz  $r = 1,0 \text{ m}$ .

Rozwiązanie. Dla przekroju jajowego  $b = r$  oraz  $H = 3r$ , a więc

$$\Delta(\zeta) = \frac{i r^{5,33}}{n^2 Q^2} = \frac{0,0005 \cdot 1^{5,33}}{0,015^2 \cdot 2,2^2} = 0,458.$$

Dla  $\Delta(\zeta) = 0,458$ ,  $\zeta = 0,526$ ,  $\phi(C) = 2,191$  (tabl.12.8).

Głębokość napełnienia

$$h = \zeta H = \zeta 3r = 0,526 \cdot 3 \cdot 1 = 1,578 \text{ m}.$$

Pole przekroju

$$F = r^2 \phi(\zeta) = 1^2 \cdot 2,191 = 2,191 \text{ m}^2.$$

Prędkość przepływu

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{2,2}{2,19} \approx 1,00 \text{ m/s}.$$

## 13. PODSTAWY FILTRACJI WÓD PODZIEMNYCH

### 13.1. UWAGI WSTĘPNE

Ruch płynów w ośrodku porowatym nazywamy filtracją. Filtracja wód podziemnych jest szczególnym przypadkiem ruchu cieczy w ośrodku porowatym.

Ośrodek porowaty jest to ciało stałe zawierające niezliczoną ilość drobnych przestrzeni, kanałików lub wąskich szczelin. Ośrodkiem porowatym może być grunt o strukturze ziarnistej.

Osobliwością filtracji w odróżnieniu do przepływu w przewodach zamkniętych lub otwartych jest to, że rozpatrujemy ruch płynu nie przez pojedynczy kanałik, lecz przez sumaryczną powierzchnię poprzeczną wszystkich mikroskopijnie małych porów, znajdujących się między ziarnami gruntu.

Filtracja ma praktyczne zastosowanie w wielu dziedzinach technicznych, jak w hydrotechnice, melioracji, urządzeniach wodociągowych i kanalizacyjnych, eksploatacji ropy naftowej itd.

Rozpatrzmy podstawowe zagadnienia filtracji wód podziemnych, dotyczące ogólnych praw i metod obliczania ruchu wód gruntowych, dopływu do studzien i drenów, przepływu przez groble i zapory ziemne.

### 13.2. RODZAJE WÓD PODZIEMNYCH

Woda zawarta w gruncie występuje pod różnymi postaciami, a mianowicie: