

głębokości ruchu rwącego do dużej głębokości ruchu spokojnego. Przejście to związane jest z utworzeniem się poziomego walca cieczy na całej szerokości zmiany spadku. Powstaje przy tym tzw. odskok hydrauliczny. Zjawisku temu towarzyszy zazwyczaj duża strata energii, która może być w praktyce wykorzystana do ochrony budowli wodnych przed zniszczeniem.

12.8. ODSKOK HYDRAULICZNY

Na podstawie przytoczonych powyżej rozważań odskokiem hydraulicznym będziemy nazywali gwałtowne zwiększenie się głębokości strumienia od głębokości $h_1 < h_{kr}$ do głębokości $h_2 > h_{kr}$, przy jednoczesnym zmniejszeniu prędkości przepływu (rys.12.8).

Przejście to zachodzi na stosunkowo niewielkiej długości L , zwanej długością odskoku. Głębokości h_1 (przed odskokiem) i h_2 (za odskokiem) noszą nazwę głębokości sprzężonych, różnica zaś głębokości $h_2 - h_1$ nazywa się wysokością odskoku.

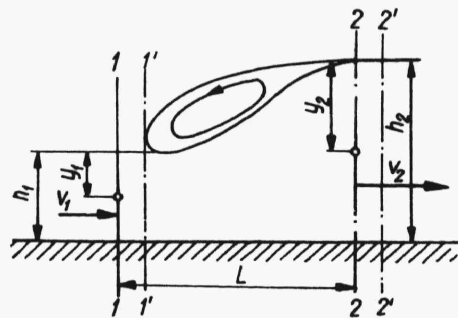
Aby ustalić zależność matematyczną w postaci równania odskoku, wydzielimy objętość strumienia ograniczoną dwoma przekrojami 1-1 o głębokości h_1 oraz 2-2 o głębokości h_2 .

W naszych rozważaniach uwzględnimy następujące założenia:

- 1) wobec małego spadku dna koryta pomijamy składową siły ciężkości równoległą do dna,
- 2) pomijamy siły styczne, ponieważ zjawisko przebiega na stosunkowo krótkim odcinku,
- 3) ruch traktujemy jako wolnozmienny, to znaczy przyjmujemy w przekrojach 1-1 i 2-2 hydrostatyczny rozkład ciśnień,
- 4) przy mało różniących się rozkładach prędkości w rozpatrywanych przekrojach możemy przyjąć, że współczynniki Coriolisa są jednakowe $\alpha'_1 = \alpha'_2 = \alpha'$.

Oznaczmy w przekrojach 1-1 i 2-2 przez F_1 i F_2 pola przekrojów, przez y_1 i y_2 - zagłębienia środków ciężkości przekrojów - v_1 i v_2 średnie prędkości.

Równanie odskoku wyprowadzimy na podstawie prawa równości zmiany ilości ruchu i impulsu sił.



Rys.12.8

W czasie dt ciecz zawarta między przekrojami 1-1 i 2-2 przemieści się i zajmuje położenie 1'-1' i 2'-2',

Zmiana ilości ruchu cieczy zawartej między przekrojami 1-1 i 2-2 w czasie dt równa jest różnicy ilości ruchu masy cieczy wypływającej przez przekrój F_2 oraz masy cieczy wpływającej do objętości 1-1, 2-2 przez przekrój F_1 w czasie dt .

Odpowiednie masy cieczy równe są

$$\frac{\gamma}{g} F_1 v_1 dt = \frac{\gamma}{g} F_2 v_2 dt.$$

Zmiana ilości ruchu po uwzględnieniu współczynnika Coriolisa wyniesie

$$\alpha' \frac{\gamma}{g} F_2 v_2 dt v_2 - \alpha' \frac{\gamma}{g} F_1 v_1 dt v_1 = \alpha' \frac{\gamma}{g} (F_2 v_2^2 - F_1 v_1^2) dt.$$

Uwzględniając równanie ciągłości

$$F_1 v_1 = F_2 v_2 = Q$$

otrzymamy

$$\frac{\alpha' \gamma Q}{g} (v_2 - v_1) dt.$$

Impuls sił w kierunku poziomym stanowi w naszym przypadku impuls parcia hydrodynamicznego w przekrojach 1-1 i 2-2, a więc

$$\gamma (F_1 y_1 - F_2 y_2) dt.$$

Porównując zmianę ilości ruchu z impulsem sił otrzymamy

$$\alpha' \frac{\gamma Q}{g} (v_2 - v_1) dt = \gamma (F_1 y_1 - F_2 y_2) dt.$$

Dzielimy obie strony równania przez γdt , a następnie zbieramy wyrazy z jednakowymi indeksami

$$\frac{\alpha' Q}{g} v_1 + F_1 y_1 = \frac{\alpha' Q}{g} v_2 + F_2 y_2.$$

Podstawiając:

$$v_1 = \frac{Q}{F_1} \quad \text{i} \quad v_2 = \frac{Q}{F_2}$$

otrzymamy równanie odskoku hydraulicznego

$$\frac{\alpha' Q^2}{g F_1} + F_1 y_1 = \frac{\alpha' Q^2}{g F_2} + F_2 y_2. \quad (12.14)$$

Ponieważ $Q = \text{const}$, $F_1 = f_1(h_1)$ i $F_2 = f_2(h_2)$, to każdą ze stron równania (12.14) można przedstawić jako funkcję napełnienia w postaci

$$\theta(h) = \frac{\alpha' Q^2}{g F} + F y. \quad (12.15)$$

Zależność tę nazywamy funkcją odskoku.

Z równania (12.14) wynika, że istnieje następujący związek między głębokościami przed i za odskokiem

$$\theta(h_1) = \theta(h_2).$$

Głębokości h_1 i h_2 spełniające powyższe równania nazywamy głębokościami sprzężonymi.

Rozważmy głębokość, przy której funkcja odskoku osiąga minimum. W tym celu pochodną funkcji (12.15) przyrównamy do zera, a więc

$$\frac{d\theta}{dh} = -\frac{\alpha' Q^2}{g F^2} \cdot \frac{dF}{dh} + \frac{d(F y)}{dh} = 0. \quad (12.16)$$

Wyrażenie $F y$ jest momentem statycznym pola przekroju F względem powierzchni zwierciadła wody.

Przy nieskończenie małym podniesieniu się zwierciadła o dh mamy

$$d(F y) = F dh$$

lub

$$\frac{d(F y)}{dh} = F.$$

Z otrzymanej poprzednio zależności (12.2) wynika, że $\frac{dF}{dh} = B$.

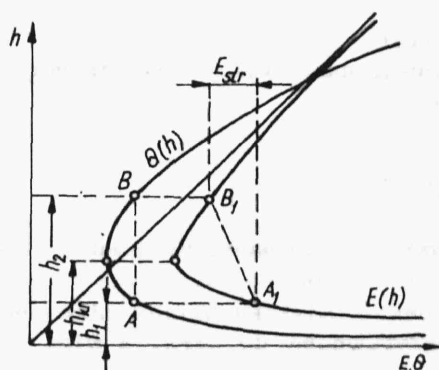
Podstawiając otrzymane zależności do równania (12.16), otrzymamy

$$\frac{d\theta}{dh} = - \frac{\alpha' Q^2}{g F^2} B + F = F \left(1 - \frac{\alpha' Q^2 B}{g F^3} \right) = 0,$$

skąd

$$\frac{F^3}{B} = \frac{\alpha' Q^2}{g}. \quad (12.17)$$

Porównując to wyrażenie z warunkiem (12.10) ruchu krytycznego widzimy, że przy równości współczynników $\alpha = \alpha'$ wzory (12.10) i (12.17) są identyczne. Stąd wniosek, że funkcja odskoku $\theta(h)$, podobnie jak energia przekroju $E(h)$ osiąga minimum przy głębokości krytycznej (rys.12.9).



Rys.12.9

Za pomocą wykresu funkcji odskoku (rys.12.9) można, znając jedną z dwóch głębokości, określić drugą sprzężoną. W tym celu, odkładając na osi rzędnych wartość głębokości h_1 przed odskokiem, prowadzimy równoległą do osi odciętych do przecięcia się w punkcie A z krzywą $\theta(h)$. Wykreślając z punktu A prostą równoległą do osi rzędnych, znajdujemy na drugiej gałęzi krzywej punkt B, którego rzędną stanowi głębokość h_2 sprzężona z h_1 .

Jeżeli obie głębokości są mniejsze lub większe od głębokości krytycznej lub jedna z nich jest równa głębokości krytycznej, to odskok hydrauliczny jest niemożliwy. Znając h_1 i h_2 możemy wyznaczyć stratę energii na odskoku, odejmując od odciętej (leżącego na krzywej energii) punktu A_1 przy głębokości h_1 - odciętą punktu B_1 przy głębokości h_2 .

W przypadku koryta prostokątnego $Q = q b$, $F = b h$, $y = \frac{h}{2}$, równanie odskoku (12.14) przyjmie postać

$$\frac{\alpha' q^2 b^2}{g b h_2^2} + \frac{b h_2^2}{2} = \frac{\alpha' q^2 b^2}{g b h_1^2} + \frac{b h_1^2}{2}$$

lub

$$\frac{\alpha' q^2}{g h_2} + \frac{h_2^2}{2} = \frac{\alpha' q^2}{g h_1} + \frac{h_1^2}{2}.$$

Oznaczamy przez $q = \frac{Q}{b}$ - wydatek przypadający na jednostkę szerokości.

Z równania powyższego łatwo wyprowadzić zależność między sprzężonymi głębokościami w korytach prostokątnych

$$\frac{\alpha' q^2}{g} \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2}$$

lub

$$\frac{\alpha' q^2}{g} \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} = \frac{(h_1 - h_2)(h_1 + h_2)}{2},$$

skąd

$$h_2 h_1^2 + h_2^2 h_1 - \frac{2 \alpha' q^2}{g} = 0.$$

Po rozwiązaniu otrzymamy:

$$h_1 = \frac{h_2}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8 \alpha' q^2}{g h_2^3}} - 1 \right),$$

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8 \alpha' q^2}{g h_1^3}} - 1 \right).$$

Podstawiając $\sqrt[3]{\frac{\alpha' q^2}{g}} = h_{kr}$, otrzymamy

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_{kr}}{h_1} \right)^3} - 1 \right].$$

Długość odskoku można obliczyć za pomocą wzorów empirycznych.
Wzór Pawłowskiego

$$L = 2,5(1,9 h_2 - h_1).$$

Wzór Wóycickiego

$$L = \left(8 - 0,05 \frac{h_2}{h_1}\right) (h_2 - h_1).$$

Przykład 12.7. Obliczyć głębokość wody h_2 za odskokiem, płynącej kanałem o szerokości $b = 8$ m, jeżeli wydatek $Q = 24$ m³/s i głębokość $h_1 = 0,6$ m. Wyznaczyć długość L odskoku.

Rozwiązanie. Obliczamy głębokość krytyczną

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha'}{g} q^2} = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{b^2}} = \sqrt[3]{\frac{1,1 \cdot 24^2}{9,81 \cdot 8^2}} \approx 1,0 \text{ m}.$$

Głębokość

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_{kr}}{h_1} \right)^3} - 1 \right] = \frac{0,6}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{1}{0,6} \right)^3} - 1 \right] = 1,55 \text{ m}.$$

Długość odskoku

$$L = \left(8 - 0,05 \frac{h_2}{h_1}\right) (h_2 - h_1) = \left(8 - 0,05 \frac{1,55}{0,6}\right) (1,55 - 0,6) = 7,48 \text{ m}.$$

12.9. BEZCIŚNIENIOWY RUCH CIECZY W PRZEWODACH ZAMKNIĘTYCH

Bezciśnieniowy ruch cieczy w przewodach lub kanałach zamkniętych odbywa się grawitacyjnie przekrojem niepełnym. Najczęściej stosowane są kanały o przekroju kołowym, jajowym, gruszkowym i dzwonowym (rys.12.10, 12.11, 12.12, 12.13).