

Przyjmując dowolne wartości h , obliczamy $b = \beta h$, a następnie podobnie jak w poprzednim przykładzie wartości F , U , R_h , C i Q . Obliczone wartości tych parametrów wpisujemy w tabl.12.2.

Tablica 12.2

h [m]	b [m]	F [m ²]	R_h [m]	$\sqrt{R_h}$ [m ^{0,5}]	C [m ^{0,5} /s]	\sqrt{i}	Q [m ³ /s]
1	0,532	2,282	0,50	0,708	41,29	0,0447	3,68
2	1,064	9,128	1,00	1,000	44,00	0,0447	18,10
2,2	1,170	11,000	1,10	1,050	45,30	0,0447	23,40
2,1	1,117	10,050	1,05	1,024	44,85	0,0447	20,60

Najbardziej zbliżoną do zadanego wydatku $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ jest podana w tabl.12.2 wartość Q , odpowiadająca parametrom najkorzystniejszego przekroju $h = 2,1 \text{ m}$ oraz $b = 1,117 \text{ m}$.

12.5. RUCH PODKRYTYCZNY I NADKRYTYCZNY GŁĘBOKOŚĆ KRYTYCZNA

Rozważmy wolnozmienny przepływ w korytach otwartych z energetycznego punktu widzenia. Wzniesienie linii energii strumienia cieczy wyraża się w postaci

$$E = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g}.$$

Dla dowolnego punktu M w przekroju poprzecznym koryta można napisać (rys.12.1b)

$$z + \frac{p}{\gamma} = h.$$

Energia bez uwzględnienia ciśnienia atmosferycznego wyrazi się w postaci

$$E = h + \frac{\alpha v^2}{2g}.$$

Uwzględniając z równania ciągłości prędkość $v = \frac{Q}{F}$, otrzymamy

$$E = h + \frac{\alpha Q^2}{2g F^2}. \quad (12.9)$$

Całkowita energia E składa się z energii potencjalnej ($E_{\text{pot}} = h$) i z energii kinetycznej ($E_{\text{kin}} = \frac{\alpha v^2}{2g} = \frac{\alpha Q^2}{2g F^2}$), czyli

$$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}.$$

Przy założeniu stałego wydatku cieczy $Q = \text{const}$ energia przekroju zależy tylko od głębokości h , ponieważ $F = f(h)$.

Rozważmy zależność $E = \varphi(h)$ na podstawie wzoru (12.9):

- 1) przy $h \rightarrow 0$ $E_{\text{pot}} \rightarrow 0$ $E_{\text{kin}} \rightarrow \infty$, a więc $E \rightarrow \infty$,
- 2) przy $h \rightarrow \infty$ $E_{\text{pot}} \rightarrow \infty$ $E_{\text{kin}} \rightarrow 0$, a więc $E \rightarrow \infty$.

Dla obydwu skrajnych wartości zmiennej niezależnej h energia całkowita dąży do nieskończoności.

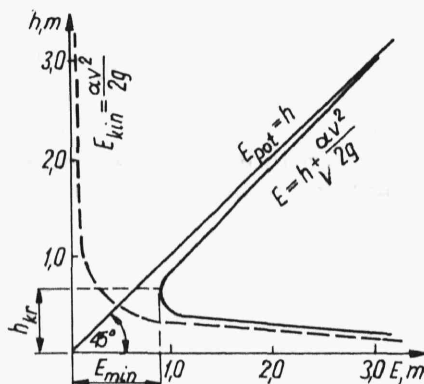
Zależność energii E w przekroju od głębokości h można przedstawić w postaci wykresu podanego na rys.12.4, na którym część potencjalna $E_{\text{pot}} = h$ wyraża się jako dwusieczna kąta prostego, a część kinetyczna $E_{\text{kin}} = \frac{\alpha Q^2}{2g F^2}$ jako krzywa drugiego rzędu (linia przerywana).

Przedstawiona na rys.12.4 łączna krzywa energii $E = \varphi(h)$ zbliża się asymptotycznie do osi odciętych E i do dwusiecznej, osiągając minimum przy pewnej wartości głębokości h .

Głębokość strumienia, przy której energia przekroju dla danego wydatku osiąga minimum E_{min} , nazywamy głębokością krytyczną h_{kr} .

Rozpatrując wykres energii przepływu, można rozróżnić następujące rodzaje ruchu w korytach otwartych:

a) ruch rwący - podkrytyczny, przy którym głębokość strumienia jest mniejsza od głębokości krytycznej, czyli $h < h_{\text{kr}}$, w ruchu tym energia maleje ze wzrostem głębokości;



Rys.12.4

b) ruch spokojny - nadkrytyczny, przy którym głębokość jest większa od krytycznej, czyli $h > h_{kr}$; w tym przypadku energia rośnie ze wzrostem głębokości;

c) ruch krytyczny, przy którym głębokość osiąga wartość krytyczną, a więc $h = h_{kr}$.

Obliczenie głębokości krytycznej służy do ustalenia podziału ruchu w korytach otwartych, co ma istotne znaczenie praktyczne, szczególnie przy projektowaniu budowli wodnych. Odnosi się to do naturalnych nie zabezpieczonych koryt, w których ruch podkrytyczny wobec dużej energii kinetycznej może spowodować rozmywanie podłoża, niebezpieczne dla trwałości budowli hydrotechnicznych.

Jak wiadomo, w ruchu krytycznym energia przekroju osiąga minimum przy głębokości krytycznej h_{kr} .

W celu znalezienia minimum energii wyznaczmy pierwszą pochodną funkcji (12.9) względem h , a następnie przyrównamy ją do zera

$$\frac{dE}{dh} = \frac{d}{dh} \left(h + \frac{\alpha Q^2}{2g F^2} \right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g F^3} \frac{dF}{dh}.$$

Na podstawie zależności (12.2) wykazaliśmy, że $\frac{dF}{dh} = B$, więc

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g F^3} B = 0.$$

Otrzymaliśmy więc warunek ruchu krytycznego, który możemy przedstawić w postaci

$$\frac{F^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g}. \quad (12.10)$$

Ponieważ $F = f(h)$, więc głębokość h spełniająca to równanie jest głębokością krytyczną h_{kr} .

Głębokość krytyczną w korytach o przekroju prostokątnym obliczymy z równania (12.10), podstawiając w nim $F = h_{kr} B$

$$\frac{(h_{kr} B)^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g} = B^2 h_{kr}^3,$$

skąd

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g B^2}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{g} q^2}, \quad (12.11)$$

gdzie $q = \frac{Q}{B}$.

Przyjmując we wzorze (12.11) $\alpha = 1,1$ i $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, otrzymamy

$$h_{kr} = 0,482 \sqrt[3]{q^2}.$$

Przykład 12.5. Obliczyć głębokość krytyczną koryta o przekroju trapezowym, jeżeli $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$, $b = 8 \text{ m}$ i $\delta = 45^\circ$ (rys.12.3).

Rozwiązanie. W danym przypadku z warunku (12.10) ruchu krytycznego otrzymamy

$$\frac{F^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{1,1 \cdot 12^2}{9,81} = 16,15 \text{ m}^5.$$

Obliczamy szerokość B i przekrój F :

$$B = 8 + 2h,$$

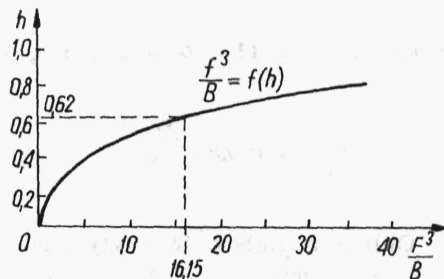
$$F = (b + m h)h = (8 + h)h.$$

Dla szeregu zadanych wielkości h obliczone wartości $\frac{F^3}{B}$ podano w tabl.12.3.

Tablica 12.3

h [m]	B [m]	F [m ²]	F^3 [m ⁶]	$\frac{F^3}{B}$ [m ⁵]
0,2	8,4	1,64	4,41	0,52
0,4	8,8	3,36	37,93	4,31
0,6	9,2	5,16	137,99	14,93
0,8	9,6	7,04	348,91	36,35

Na podstawie tej tablicy sporządzamy wykres zależności $\frac{F^3}{B} = f(h)$ (rys.12.5), za pomocą którego określamy wartość $h_{kr} = 0,62$ m odpowiadającą wartości $\frac{F^3}{B} = 16,15$ m⁵.



Rys. 12.5

12.6. SPADEK KRYTYCZNY I PRĘDKOŚĆ KRYTYCZNA

Spadek dna koryta, przy którym strumień płynący ruchem jednostajnym osiąga głębokość krytyczną, nazywamy spadkiem krytycznym.

Spadek krytyczny koryta obliczamy ze wzorów (12.5) i (12.10)

$$Q = F C \sqrt{R_h i} \quad \text{oraz} \quad \frac{F^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g}.$$

Rozwiązując powyższe równania i uwzględniając zależność $R_h = \frac{F}{U}$, otrzymamy spadek krytyczny w postaci

$$i_{kr} = \frac{g U}{\alpha C^2 B}. \quad (12.12)$$

Jeżeli koryto jest szerokie i płaskie, stosunek obwodu zwilżonego do szerokości zwierciadła można przyjąć $\frac{U}{B} \approx 1$. Przyjmując przy tym współczynnik Coriolisa $\alpha \approx 1$, otrzymamy w przybliżeniu