

zapisuje się następująco

$$f(m_1 A_1, m_2 A_2, \dots, m_k A_k) = m f(A_1, A_2, \dots, A_k).$$

W dalszym ciągu, ilekroć będziemy szukali związków między wielkościami wymiarowymi, będziemy się ograniczali do klasy funkcji niezmienniczych i jednorodnych.

#### 11.6.4. TWIERDZENIE II

Większość zastosowań analizy wymiarowej opiera się na twierdzeniu Buckinghama, które jest znane pod nazwą twierdzenia  $\pi$ .

Twierdzenie  $\pi$  można sformułować w sposób następujący:

Każde równanie fizyczne wiążące ze sobą  $n$  wielkości wymiarowych z których  $k$  jest wymiarowo niezależnych

$$f(A_1, A_2, \dots, A_k, \dots, A_n) = 0 \quad (11.41)$$

może być przekształcone na równanie bezwymiarowe zawierające  $n-k$  bezwymiarowych parametrów, utworzonych z  $n$  wielkości wymiarowych

$$f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0. \quad (11.42)$$

Bezwymiarowe parametry  $\pi$  obliczamy łącząc iloczyny potęgowe przyjętych wielkości wymiarowo niezależnych kolejno z pozostałymi  $n-k$  wielkościami.

Wartości tych iloczynów obliczamy rozwiązując następujący układ równań:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= A_n^{a_1} A_1^{a_2} \dots A_k^{a_k}, \\ \pi_2 &= A_{n-1}^{b_1} A_1^{b_2} \dots A_k^{b_k}, \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ \pi_{n-k} &= A_{k+1}^{x_1} A_1^{x_2} \dots A_k^{x_k}. \end{aligned} \quad (11.43)$$

Wykładniki potęgowe  $a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_k, x_1, x_2, \dots, x_k$  dobieramy w taki sposób, aby parametry  $\pi$  były bezwymiarowe.

W tym celu każdemu iloczynowi  $\pi$  przyporządkowujemy równanie wymiarowe, co pozwala obliczyć wartości liczbowe wykładników wymiarowych.

### 11.7. OGÓLNE UJĘCIE STRAT LINIOWYCH METODĄ ANALIZY WYMIAROWEJ

Posłużymy się metodą analizy wymiarowej dla określenia strat liniowych wywołanych oporami ruchu jednostajnego w przewodzie.

Na podstawie danych doświadczalnych można określić zależność strat liniowych ciśnienia  $\Delta p_{sl}$  od średnicy przewodu  $d$ , jego długości  $l$ , własności fizycznych cieczy: gęstości  $\rho$  i współczynnika lepkości dynamicznej  $\mu$ , średniej prędkości przepływu w poprzecznym przekroju przewodu  $v$ , średniej chropowatości  $k$ .

Zależność tę zapiszemy w postaci

$$f\left(\frac{\Delta p_{sl}}{l}, \mu, \rho, d, v, k\right) = 0, \quad (11.44)$$

gdzie straty ciśnienia  $\Delta p_{sl}$  są, jak wiadomo, funkcją liniową długości przewodu  $l$ .

W zależności (11.44) mamy  $n = 6$  wielkości, których wymiary zawierają  $k = 3$  jednostki podstawowe: m, kg, s.

Zgodnie z twierdzeniem  $\pi$  równanie (11.44) można przedstawić w postaci zawierającej  $n - k = 3$  bezwymiarowych parametrów

$$f_1(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0. \quad (11.45)$$

W celu wyznaczenia parametrów  $\pi$  obieramy trzy wielkości podstawowe, np.:  $\rho, v, d$ , które zawierają wszystkie jednostki podstawowe i są od siebie wymiarowo niezależne:

$$[m \cdot s^{-1}]^{a_1} \cdot [kg \cdot m^{-3}]^{a_2} \cdot [m]^{a_3} = 1$$

lub

$$[m]^{a_1 - 3a_2 + a_3} \cdot [kg]^{a_2} \cdot [s]^{-a_1} = 1,$$