

Niech na przykład $X_1 = m$, $X_2 = kg$, $X_3 = s$, $X_4 = K$ wtedy wykładniki wymiarowe kilku najczęściej występujących wielkości w układzie SI przyjmą następujące wartości spisane w tablicy 11.1.

Tablica 11.1

Wielkości wymiarowe	[m]	[kg]	[s]	[K]
	a_1	a_2	a_3	a_4
Droga	1	0	0	0
Siła	1	1	-2	0
Praca	2	1	-2	0
Moc	2	1	-3	0
Dynamiczny współczynnik lepkości	-1	1	-1	0
Ciężar właściwy	-2	1	-2	0
Temperatura	0	0	0	1
Stała gazowa, ciepło właściwe	2	0	-2	-1

11.6.3. WYMIAROWO NIEZMIENNICZE I WYMIAROWO JEDNORODNE FUNKCJE WIELKOŚCI WYMIAROWYCH

Analiza wymiarowa opiera się na hipotezie Fouriera, według której poprawne równanie opisujące zjawiska fizyczne są wymiarowo niezmiennicze i wymiarowo jednorodne.

Pierwsza własność oznacza, że kształt funkcji nie zależy od wyboru jednostek. Jeżeli na przykład P oznacza siłę działającą na drodze l w czasie t , a N oznacza moc, to funkcja $N = P l/t$ jest wymiarowo niezmiennicza, gdyż opisana przez nią zależność jest prawdziwa w każdym układzie jednostek. Druga własność oznacza, że pomnożenie argumentów przez jakiekolwiek liczby dodatnie nie powoduje zmiany wymiaru funkcji.

Jednorodność wymiarową funkcji

$$f(A_1, A_2, \dots, A_k)$$

zapisuje się następująco

$$f(m_1 A_1, m_2 A_2, \dots, m_k A_k) = m f(A_1, A_2, \dots, A_k).$$

W dalszym ciągu, ilekroć będziemy szukali związków między wielkościami wymiarowymi, będziemy się ograniczali do klasy funkcji niezmienniczych i jednorodnych.

11.6.4. TWIERDZENIE II

Większość zastosowań analizy wymiarowej opiera się na twierdzeniu Buckingham'a, które jest znane pod nazwą twierdzenia π .

Twierdzenie π można sformułować w sposób następujący:

Każde równanie fizyczne wiążące ze sobą n wielkości wymiarowych z których k jest wymiarowo niezależnych

$$f(A_1, A_2, \dots, A_k, \dots, A_n) = 0 \quad (11.41)$$

może być przekształcone na równanie bezwymiarowe zawierające $n-k$ bezwymiarowych parametrów, utworzonych z n wielkości wymiarowych

$$f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0. \quad (11.42)$$

Bezwymiarowe parametry π obliczamy łącząc iloczyny potęgowe przyjętych wielkości wymiarowo niezależnych kolejno z pozostałymi $n-k$ wielkościami.

Wartości tych iloczynów obliczamy rozwiązując następujący układ równań:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= A_n^{a_1} A_1^{a_2} \dots A_k^{a_k}, \\ \pi_2 &= A_{n-1}^{b_1} A_1^{b_2} \dots A_k^{b_k}, \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ \pi_{n-k} &= A_{k+1}^{x_1} A_1^{x_2} \dots A_k^{x_k}. \end{aligned} \quad (11.43)$$