

$$\frac{Q_{212}^2}{K_2^2} = \frac{Q_{313}^2}{K_3^2}, \quad (8.21)$$

$$\frac{Q_{313}^2}{K_3^2} = \frac{Q_{414}^2}{K_4^2}. \quad (8.22)$$

c. Dwa równania ciągłości w węzłach B i C:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_B, \quad (8.23)$$

$$Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q_5. \quad (8.24)$$

8.2.3. UKŁAD PRZEWODÓW Z TRZEMA ZBIORNIKAMI

W systemie zaopatrzenia w wodę stosowane są często układy przewodów z trzema zbiornikami dla zapewnienia równomiernego i ciągłego rozprowadzenia wody. Ciągłość zaopatrzenia w wodę zapewniają w szczególności zbiorniki tzw. wyrównawcze, które akumulują wodę w okresie najniższego zużycia w celu pokrycia niedoborów w godzinach szczytowego zapotrzebowania.

Zagadnienie trzech zbiorników sprowadza się do omówionego w punkcie 8.1 układu trzech przewodów z jednym węzłem.

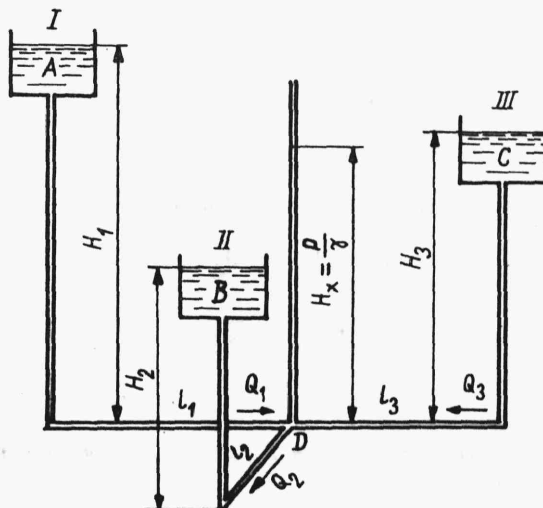
Rozpatrzmy zagadnienie trzech zbiorników na podstawie schematu układu podanego na rys.8.8. Zadanie polega na określeniu wydatków Q_1, Q_2, Q_3 w poszczególnych przewodach zbiegających się w węzle D.

Wydatki te oblicza się z następującego układu równań:

$$\begin{aligned} Q_1 &= K_1 \sqrt{\frac{H_1 - H_x}{l_1}}, \\ Q_2 &= K_2 \sqrt{\frac{H_x - H_2}{l_2}}, \\ Q_3 &= K_3 \sqrt{\frac{H_x - H_3}{l_3}}, \end{aligned} \quad (8.25)$$

gdzie: H_x - wysokość ciśnienia w węźle D,

K_1, K_2, K_3 - przepuszczalności przewodów AD, BD, CD.



Rys. 8.8

Przy założeniu, że

$$H_1 > H_2 > H_3$$

zbiornik A jest zawsze zbiornikiem zasilającym, jeżeli $H_1 > H_x$, zaś zbiornik C jest zbiornikiem zasilanym, jeżeli $H_3 < H_x$.

Założmy, że zbiornik B spełnia rolę zbiornika wyrównawczego. W tych warunkach przepływ w układzie trzech zbiorników może ukształtować się w trojaki sposób:

1. Zbiornik B jest zasilany. W tym przypadku można napisać następujące warunki:

$$H_2 < H_x, \quad Q_1 = Q_2 + Q_3;$$

ciecz dopływa do węzła D przewodem l_1 , a odpływa pozostałymi.

2. Zbiornik B jest nieczynny, jeżeli:

$$H_2 = H_x, \quad Q_2 = 0, \quad Q_1 = Q_3.$$

W tym przypadku ciecz dopływa do węzła D przewodem l_1 , a odpływa przewodem l_3 .

3. Zbiornik B jest zasilający, jeżeli:

$$H_2 > H_x, \quad Q_1 + Q_2 = Q_3.$$

W tym przypadku mamy dopływ cieczy do węzła D przewodami l_1 i l_2 a odpływ przewodem l_3 .

Mamy więc do dyspozycji dla obliczeń rachunkowych układ z czterech równań (3 równania (8.25) i równanie ciągłości).

Oprócz rachunkowego obliczenia przedstawimy rachunkowo - wykreślny sposób rozwiązywania powyższego układu.

Po przekształceniu równań (8.25) otrzymamy funkcję, które są charakterystykami poszczególnych przewodów:

$$H_x = H_1 - \frac{l_1 Q_1^2}{K_1^2} - \text{charakterystyka przewodu } f_1,$$

$$H_x = H_2 + \frac{l_2 Q_2^2}{K_2^2} - \text{charakterystyka przewodu } f_2,$$

$$H_x = H_3 + \frac{l_3 Q_3^2}{K_3^2} - \text{charakterystyka przewodu } f_3.$$

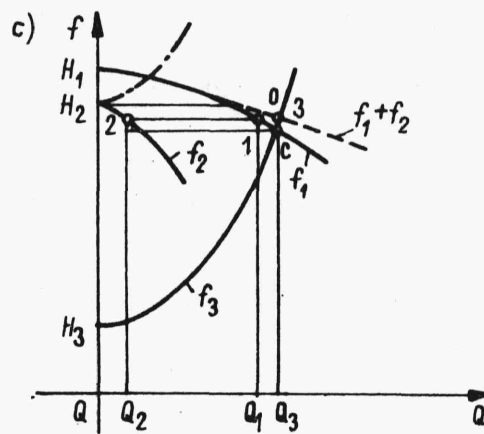
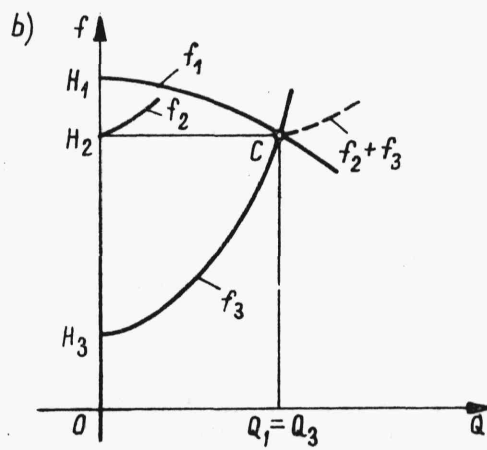
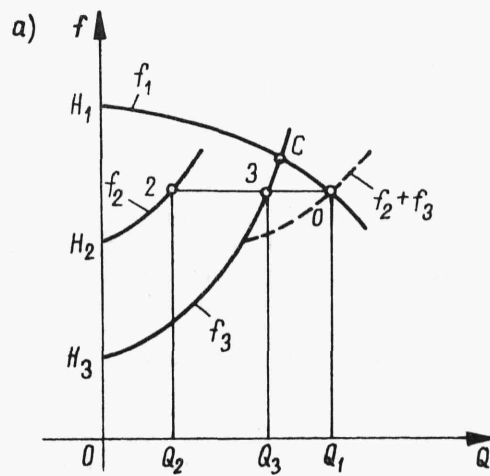
Przedstawione funkcje $H_x = f(Q_i)$ obliczamy i wykreślamy na wspólnym układzie współrzędnych. Rozważmy trzy zestawy charakterystyk przewodów, odpowiadające wymienionym przypadkom przepływu, a

różniące się położeniem charakterystyki $H_x = H_2 + \frac{l_2 Q_2^2}{K_2^2}$ (rys.8.9).

Przypadek 1. $H_2 < H_x$ (rys.8.9a)

Wyznaczamy punkt przecięcia charakterystyki f_1 z sumą charakterystyk f_2 i f_3 (linia kreskowana). Odcięta tego punktu 0 równa jest Q_1 . Dla tej samej rzędnej co punkt 0 znajdujemy punkty 2 i 3, odpowiadające wartościom Q_2 i Q_3 . W tym przypadku warunek ciągłości jest $Q_1 = Q_2 + Q_3$.

Przypadek 2. $H_2 = H_x$ (rys.8.9b) przewód o charakterystyce f_2 nie pracuje. W tym przypadku $Q_2 = 0$ a $Q_1 = Q_3$, gdyż rozwiązaniem jest punkt C przecięcia charakterystyki f_1 z charakterystyką f_3 .



Rvs. 8.9

Przypadek 3. $H_2 > H_x$ (rys.8.9c). Ciecz ze zbiornika B dopływa do węzła D, wobec czego zmieni się znak we wzorze drugim i charakterystyka f_2 będzie zaginać się ku dołowi a nie ku górze jak w przypadku 1. Rozwiązaniem w tym przypadku jest punkt 0, w którym przecina się suma charakterystyk f_1 i f_2 z charakterystyką f_3 a $Q_1 + Q_2 = Q_3$.

Przykład 8.3. Przewodem rozdzielającym się na trzy równoległe połączone odcinki o średnicach $d_1 = d_2 = 150$ mm, $d_3 = 200$ mm i długościach $l_1 = 500$ m, $l_2 = 350$ m, $l_3 = 1000$ m przepływa woda o wydatku $Q = 80$ l/s.

Obliczyć rozdział całkowitego wydatku Q na wydatki w poszczególnych odcinkach Q_1, Q_2, Q_3 oraz stratę naporu H_{AB} między węzłami A i B. Współczynnik chropowatości przyjąć $n = 0,0125$ (rys.8.5).

Rozwiązanie. Wartości przepustowości K_1, K_2, K_3 wyznaczamy z tablicy 7.12a dla $n = 0,0125$ w zależności od średnic $d_1 = d_2 = 150$ mm oraz $d_3 = 200$ mm. $K_1 = K_2 = 158$ l/s, $K_3 = 341$ l/s.

Korzystając z zależności (8.14) napiszemy:

$$Q_2 = Q_1 \frac{K_2}{K_1} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = Q_1 \cdot \frac{158}{158} \sqrt{\frac{500}{350}} = 1,195 Q_1,$$

$$Q_3 = Q_1 \frac{K_3}{K_1} \sqrt{\frac{l_1}{l_3}} = Q_1 \frac{341}{158} \sqrt{\frac{500}{1000}} = 1,525 Q_1.$$

Wydatek całego układu

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_1(1 + 1,195 + 1,525) = 3,72 Q_1,$$

skąd:

$$Q_1 = \frac{Q}{3,72} = \frac{80}{3,72} = 21,5 \text{ l/s},$$

$$Q_2 = 1,195 \cdot 21,5 = 25,7 \text{ l/s},$$

$$Q_3 = 1,525 \cdot 21,5 = 32,8 \text{ l/s}.$$

Stratę naporu obliczymy ze wzoru

$$H_{AB} = \frac{Q_1^2}{K_1^2} = \frac{21,5^2}{25 \ 000} = 9,245 \text{ m}.$$

Przykład 8.4. Dany jest układ przewodów połączonych szeregowo i równoległe (rys. 8.7 o następujących wymiarach:

średnice: $d_1 = 200 \text{ mm}$, $d_2 = 150 \text{ mm}$, $d_3 = d_4 = 100 \text{ mm}$,

$d_5 = 150 \text{ mm}$,

długości: $l_1 = 500 \text{ m}$, $l_2 = 300 \text{ m}$, $l_3 = 200 \text{ m}$, $l_4 = 400 \text{ m}$,

$l_5 = 500 \text{ m}$.

W węźle B pobierana jest woda o wydatku $Q_B = 15 \text{ l/s}$.

Różnica naporów $H = 20 \text{ m}$. Współczynnik chropowatości $n = 0,011$.

Rozwiązanie. Układamy równanie (8.20)

$$H = \frac{Q_1^2}{K_1^2} + \frac{Q_3^2}{K_3^2} + \frac{Q_5^2}{K_5^2}.$$

Z tablicy 7.12a wyznaczamy dla $n = 0,011$ wartości:

$$K_1^2 = 150,6 \cdot 10^3 \text{ l}^2/\text{s}^2, \quad K_2^2 = K_5^2 = 32,46 \cdot 10^3 \text{ l}^2/\text{s}^2,$$

$$K_3^2 = K_4^2 = 3,734 \cdot 10^3 \text{ l}^2/\text{s}^2.$$

Podstawiając zadane wartości do równania (8.20) z uwzględnieniem zależności $Q_1 = Q_5 + Q_3$ napiszemy

$$20 = \frac{(Q_5 + 15)^2 \cdot 500}{150,6 \cdot 10^3} + \frac{Q_3^2 \cdot 200}{3,734 \cdot 10^3} + \frac{Q_5^2 \cdot 500}{32,46 \cdot 10^3}. \quad (\text{a})$$

Na podstawie kolejnych równań (8.21), (8.22) i (8.24) napiszemy:

$$\frac{Q_2^2 \cdot 300}{32,46 \cdot 10^3} = \frac{Q_3^2 \cdot 200}{3,734 \cdot 10^3},$$

$$\frac{Q_3^2 \cdot 200}{3,734 \cdot 10^3} = \frac{Q_4^2 \cdot 400}{3,734 \cdot 10^3},$$

$$Q_5 = Q_2 + Q_3 + Q_4.$$

Rozwiązując ten układ równań otrzymamy:

$$Q_2 = 2,408 Q_3, \quad Q_4 = 0,702 Q_3, \quad Q_3 = 0,24 Q_5.$$

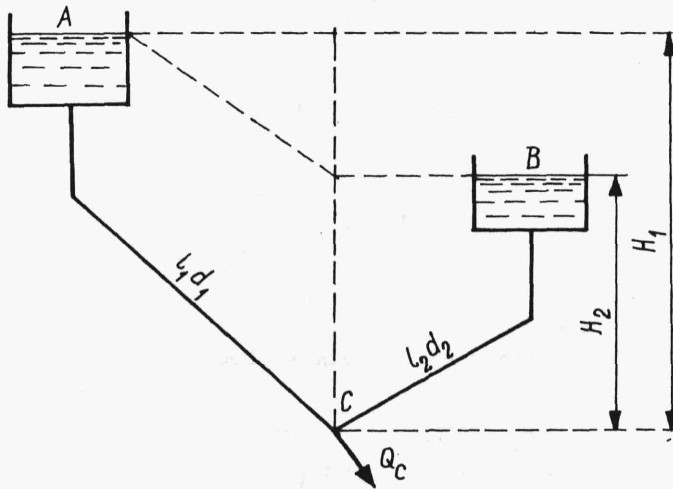
Podstawiając ostatnią zależność do równania (a) otrzymamy po przekształceniu

$$Q_5^2 + 55 Q_5 - 1013 = 0,$$

stąd obliczamy $Q_5 = 14 \text{ l/s}$ i pozostałe wydatki:

$$Q_1 = 29 \text{ l/s}, \quad Q_3 = 3,36 \text{ l/s}, \quad Q_2 = 8,09 \text{ l/s}, \quad Q_4 = 2,55 \text{ l/s}.$$

Przykład 8.5. Węzeł C zasilany jest przez dwa zbiorniki A i B przewodami o wymiarach $l_1 = 800 \text{ m}$, $d_1 = 150 \text{ mm}$, $l_2 = 200 \text{ m}$, $d_2 = 200 \text{ mm}$. Przeanalizować pracę tego układu w określonych warunkach hydraulicznych, jeżeli odpowiednie napory równe są $H_1 = 25 \text{ m}$, $H_2 = 15 \text{ m}$, zaś minimalny napór w punkcie c wynosi $H_C = 5 \text{ m}$ (rys. 8.10). Współczynnik chropowatości $n = 0,0111$.



Rys.8.10

Rozwiązanie. Rozpatrzmy:

Przypadek 1, gdy $Q_C = 0$, a strata naporu na odcinku AC jest mniejsza od straty naporu $H = H_1 - H_2$, tj.

$$h_{AC} = \frac{Q_{11}^2}{K_1^2} < H_1 - H_2.$$

W tym przypadku ma miejsce przepływ od A do C i od C do B.

Wydatek dla omówionego układu oblicza się jak w przypadku szeregowo połączonych przewodów

$$H_1 - H_2 = Q_1^2 \left(\frac{1_1}{K_1^2} + \frac{1_2}{K_2^2} \right).$$

Wyznaczamy dla $n = 0,0111$ z tablicy 7.13:

$$K_1^2 = 32,46 \cdot 10^3 \text{ l}^2/\text{s}^2, \quad K_2 = 150,6 \cdot 10^3 \text{ l}^2/\text{s}^2$$

Po podstawieniu wartości liczbowych

$$10 \cdot 10^3 = Q_1^2 \left(\frac{800}{32,46} + \frac{200}{150,6} \right) = 26 Q_1^2,$$

stąd

$$Q_1 = 19,8 \text{ l/s}.$$

Przypadek 2. $Q_C > 0$, $h_{AC} = \frac{Q_{11}^2}{K_1^2} = H_1 - H_2.$

W tym przypadku węzeł C zasilany jest ze zbiornika A, zaś zbiornik B jest nieczynny.

Wydatek wody pobieranej z węzła C będzie równy

$$Q_C = K_L \sqrt{\frac{H_1 - H_2}{1_1}} = 180 \sqrt{\frac{25 - 15}{800}} = 20 \text{ l/s}.$$

Przypadek 3. $Q_C > 0$, $h_{AC} = \frac{Q_{11}^2}{K_1^2} > H_1 - H_2.$

W tych warunkach węzeł C zasilany jest z obu zbiorników

$$Q_C = Q_1 + Q_2,$$

$$\text{gdzie } Q_1 = K_1 \sqrt{\frac{H_1 - H_C}{l_1}}; \quad Q_2 = K_2 \sqrt{\frac{H_2 - H_C}{l_2}}.$$

Podstawiając wartości liczbowe otrzymamy:

$$Q_1 = 180 \sqrt{\frac{25 - 5}{800}} = 28,2 \text{ l/s}, \quad Q_2 = 388 \sqrt{\frac{25 - 5}{200}} = 85,4 \text{ l/s}.$$

Ostatecznie mamy

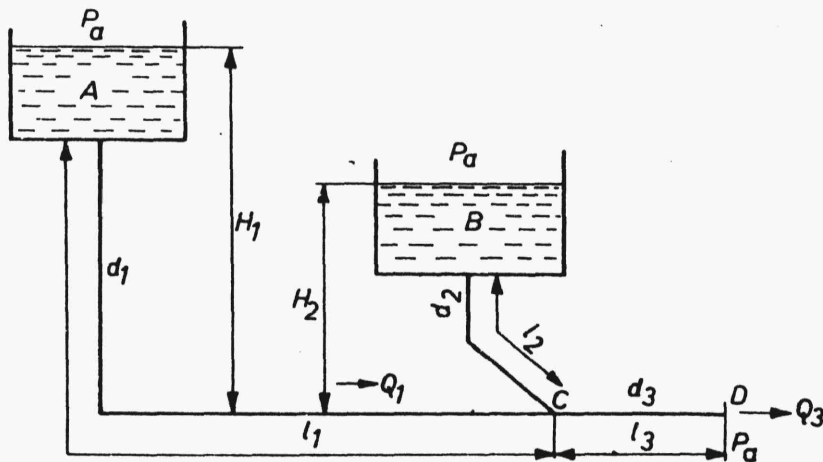
$$Q_C = 28,2 + 85,4 = 113,6 \text{ l/s}.$$

Przykład 8.6. Obliczyć wydatki wody dla trzech przewodów zbiegających się w węźle C oraz napór H_1 zbiornika A, jeżeli do przekroju wylotowego D należy doprowadzić wodę o wydatku $Q_3 = 20 \text{ l/s}$, a napór zbiornika B równy jest $H_2 = 5 \text{ m}$. Zadane są wymiary:

średnice $d_1 = 150 \text{ mm}$, $d_2 = 50 \text{ mm}$, $d_3 = 100 \text{ mm}$,

długości $l_1 = 50 \text{ m}$, $l_2 = 10 \text{ m}$, $l_3 = 100 \text{ m}$ (rys.8.11).

Współczynnik chropowatości $n = 0,0125$.



Rys.8.11

Rozwiązanie

1. Napór w węźle C równy jest stracie ciśnienia, na odcinku CD

$$H_C = h_{CD}.$$

Prędkość przepływu wody na odcinku CD równa się

$$v_3 = \frac{4Q_3}{\pi d_3^2} = \frac{4 \cdot 0,020}{3,14 \cdot 0,1^2} = 2,55 \text{ m/s}.$$

Wartość przepustowości dla $n = 0,0125$ (z tablicy 7.12a) równa jest $K_3 = 53,72 \text{ l/s}$.

A więc

$$H_C = \left(\frac{Q_3}{K_3} \right)^2 l_3 = \left(\frac{20}{53,72} \right)^2 \cdot 1000 = 13,85 \text{ m}.$$

2. Obliczamy wydatek wody w przewodzie BC. Łatwo stwierdzić, że napór w węźle H_C jest większy od naporu H_2 zbiornika B

$$H_C = 13,85 \text{ m} > H_2 = 5 \text{ m}.$$

Z powyższego wynika, że woda przepłynie od węzła C do zbiornika B pod naporem $H_C - H_2$

$$H_C - H_2 = h_{CB} = \left(\frac{Q_2}{K_2} \right)^2 l_2,$$

gdzie $K_2 = 8,46 \text{ l/s}$,

stąd

$$Q_2 = \frac{K_2}{\sqrt{l_2}} \sqrt{H_C - H_2} = \frac{8,46}{\sqrt{100}} \sqrt{13,85 - 5} = 8 \text{ l/s},$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 8 + 20 = 28 \text{ l/s}.$$

Prędkość przepływu na odcinku o długości l_2 jest równa

$$v_2 = \frac{4Q_2}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,008}{3,14 \cdot 0,05^2} = 4,08 \text{ m/s}.$$

3. Określamy napór H_1 zbiornika A

$$H_1 = H_C + h_{AC}.$$

Prędkość przepływu na odcinku AC wynosi

$$v_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,15^2} = 1,59 \text{ m/s}.$$

Strata naporu

$$h_{AC} = \left(\frac{Q_1}{K_1} \right)^2 l_1 = \left(\frac{20}{158,4} \right)^2 \cdot 500 = 1,55 \text{ m},$$

gdzie: $K_1 = 158,4 \text{ l/s},$

$$H_1 = 13,85 + 1,55 = 15,4 \text{ m}.$$

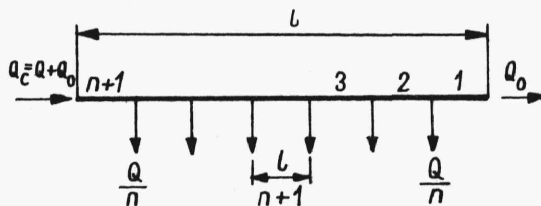
8.2.4. PRZEWÓD O RÓWNOMIERNYM WYDATKU

Zakładamy, że przewód wydatkuje pewną ilość wody na całej swej długości równomiernie, tzn. że w punktach jednakowo oddalonych od siebie wydatkuje jednakowe ilości wody (rys.8.12)

$$q = \frac{Q}{n},$$

gdzie Q - wydatek wody równomiernie odbieranej na całej

długości L w n punktach jednakowo oddalonych od siebie.



Rys.8.12