

z trójkąta BCD

$$\sin \theta = \frac{BC}{BD} = \frac{r}{dl} \frac{d\theta}{dl},$$

skąd

$$dl = \frac{r}{\sin \theta} d\theta.$$

Z trójkąta OAB obliczymy $r_o = \frac{r_o}{\sin \theta}$.

Podstawiając te wartości do wzoru (3.37) i całkując w granicach od θ_2 do θ_1 , otrzymamy prędkość indukowaną w punkcie A przez od-cinek strugi wirowej MN

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi r_o} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sin \theta d\theta = \frac{\Gamma}{4\pi r_o} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \quad (3.38)$$

Gdy linia wirowa jest nieograniczona $\theta_1 = \pi$; $\theta_2 = 0$, wzór (3.38) przyjmie postać

$$v = \frac{\Gamma}{2\pi r_o}. \quad (3.39)$$

Przepływ wzbudzony przez nieograniczoną linię wirową odbywa się po kołowych liniach prądu, leżących w płaszczyznach prostopadłych do osi strugi wirowej. Taki przepływ płaski rozpatrywaliśmy w rozdziale 3.6.4 i nazywaliśmy go płaskim wirem kołowym.

Prawo Biota i Savarta znajduje szerokie zastosowanie w teorii płatów samolotów i łopatek turbin.

4. PODSTAWOWE RÓWNANIA DYNAMIKI PŁYNÓW DOSKONAŁYCH

4.1. UWAGI OGÓLNE

Podstawowe równania dynamiki płynu doskonałego zostały opracowa-ne przez L. Eulera (1755 r.). Dalszym ważnym krokiem w rozwoju

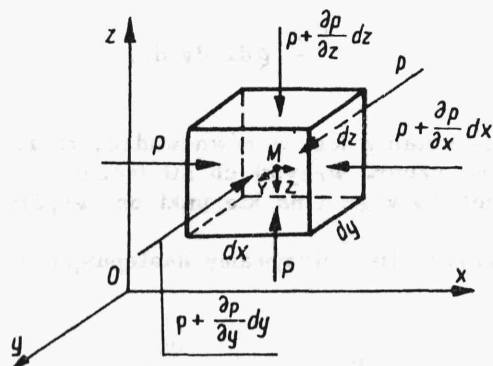
dynamiki płynu było wyprowadzenie przez D. Bernoulliego równania energetycznego, które stanowi podstawę przybliżonych rozwiązań zagadnień hydrauliki.

Hydrodynamiczne ciśnienie w płynie doskonałym będącym w ruchu ma wszelkie cechy ciśnienia hydrostatycznego, ponieważ w płynach nielepkich nie występują naprężenia styczne.

W mechanice płynów płyn jest traktowany jako ośrodek ciągły i jednorodny, w związku z czym ciśnienia i prędkości są ciągłymi i różniczkowalnymi funkcjami współrzędnych. W ruchu płynów spełnione są warunki ciągłości, określone równaniami (3.5) lub (3.6).

4.2. RÓŻNICZKOWE RÓWNANIA RUCHU EULERA

Rozpatrzmy element płynu w postaci prostopadłościanu o krawędziach dx , dy , dz , równoległych do prostokątnych osi współrzędnych (rys. 4.1). Na wyodrębniony element działają siły powierzchniowe, wywołane ciśnieniem hydrodynamicznym.



Rys.4.1

Oznaczmy X , Y , Z - składowe siły masowych, przypadających na jednostkę masy, w kierunkach osi współrzędnych.

Masa elementarnego prostopadłościanu płynu o gęstości ρ wynosi $dM = \rho dx dy dz$.

Rzuty jednostkowych sił masowych na kierunki osi współrzędnych są równe:

$$X \rho dx dy dz, \quad Y \rho dx dy dz, \quad Z \rho dx dy dz.$$

Siły powierzchniowe, działające na ścianki elementarnego prostopadłościanu, są do nich prostopadłe i wynoszą: