

uwzględniając $p_{01} = p_{02}$

$$\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$$

lub

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}. \quad (2.25)$$

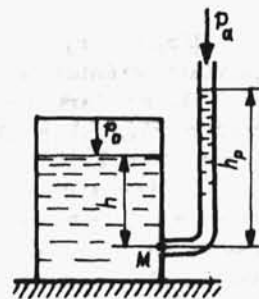
Z zależności tej wynika następujące prawo: w naczyniach połączonych stosunek wysokości słupów dwu nie mieszających się ze sobą cieczy ponad ich płaszczyzną styku jest równy odwrotnemu stosunkowi ich ciężarów właściwych.

Prawo to ma podstawowe znaczenie w konstrukcji manometrów naczyniowych.

2.9. PRZYRZĄDY DO POMIARU CIŚNIENIA

Przyrządy służące do pomiaru ciśnienia hydrostatycznego można podzielić na trzy rodzaje: piezometry, manometry i wakuometry.

Piezometr służy do pomiaru nadciśnienia w cieczy wysokością słupa tejże cieczy (rys.2.14); jest to otwarta u góry rurka szklana o średnicy wewnętrznej nie mniejszej od 0,5 cm, połączona z obszarem cieczy w miejscu, w którym mierzy się ciśnienie. Mierząc wysokość słupa h_p cieczy w piezometrze, obliczymy ze znanej zależności ciśnienie bezwzględne w rozpatrywanym punkcie M obszaru cieczy, pozostającej pod ciśnieniem zewnętrznym $p_0 > p_a$ od strony naczynia i piezometru:



$$p_M = p_0 + \gamma h; \quad p_M = p_a + \gamma h_p. \quad (2.26)$$

Rys.2.14

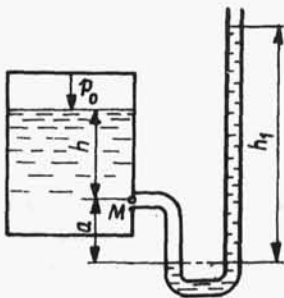
Porównując prawe strony tych równań otrzymamy nadciśnienie

$$p_0 - p_a = \gamma(h_p - h). \quad (2.27)$$

Piezometry mogą być używane do pomiaru niezbyt wysokich nadciśnień, ponieważ niedogodne jest stosowanie w praktyce zbyt długich rurek.

Rozróżniamy dwa typy manometrów: cieczowe i pudełkowe.

Manometry cieczowe wykonane są z rurki szklanej, wygiętej w kształcie litery U, wypełnionej cieczą manometryczną o gęstości większej od gęstości płynu w zbiorniku (rys. 2.15). Jeden koniec rurki jest połączony z naczyniem, drugi jest otwarty i pozostaje pod działaniem ciśnienia atmosferycznego p_a .



Rys. 2.15

Po połączeniu manometru z obszarem mierzonego ciśnienia ustali się stan równowagi, który możemy przedstawić w postaci

$$p_M = p_a + \gamma_1 h_1 - \gamma a = p_0 + \gamma h, \quad (2.28)$$

gdzie: p_M - oznacza ciśnienie bezwzględne w punkcie M,

γ_1, γ - ciężary właściwe cieczy manometrycznej i cieczy w naczyniu,

h_1 - wysokość słupa cieczy w prawym ramieniu manometru,

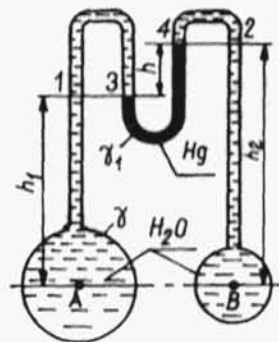
h i a - wysokość słupa cieczy od powierzchni swobodnej do punktu M i od punktu M do poziomu cieczy w lewym ramieniu manometru.

Z równości (2.28) możemy wyznaczyć ciśnienie panujące na powierzchni swobodnej

$$p_0 = p_a + \gamma_1 h_1 - \gamma(h + a). \quad (2.29)$$

Manometry cieczowe są dokładne i proste w użyciu oraz służą do pomiaru ciśnień w znacznie szerszym zakresie niż piezometry.

Do pomiaru różnicy ciśnień $\Delta p = p_1 - p_2$ w dwóch różnych punktach służą manometry różnicowe (rys. 2.16). Najbardziej rozpowszechnione w praktyce technicznej są manometry różnicowe rtęciowe. Ramiona manometru różnicowego połączone są np. z dwoma cylindrami napełnionymi wodą. Oznaczmy ciśnienia w punktach A i B przez p_A i p_B , przy czym zakładamy, że $p_A > p_B$, wysokości słupa wody h_1 od punktu A do dolnego poziomu rtęci i h_2 od punktu B do górnego poziomu rtęci. Z warunku równowagi cieczy wyznaczmy różnicę ciśnień $\Delta p = p_A - p_B$ w zależności od różnicy poziomów rtęci $h = h_2 - h_1$ w manometrze różnicowym.



Rys. 2.16

Ciśnienie w przekroju 1 równe jest ciśnieniu w przekroju 3 (płaszczyzny poziome są w jednorodnej cieczy powierzchniami jednakowych ciśnień):

$$p_1 = p_3, \text{ analogicznie } p_2 = p_4.$$

Ciśnienia w punktach A i B wynoszą:

$$p_A = p_1 + \gamma h_1; \quad p_B = p_2 + \gamma h_2,$$

skąd

$$\Delta p = p_A - p_B = (p_1 - p_2) - \gamma (h_2 - h_1),$$

ale

$$p_1 = p_2 + \gamma_1 h.$$

Podstawiając p_1 do poprzedniej zależności, otrzymamy

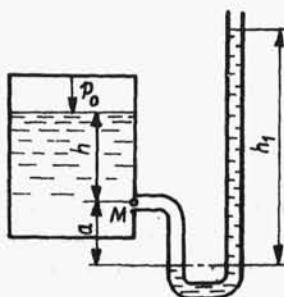
$$\Delta p = p_A - p_B = h(\gamma_1 - \gamma). \quad (2.30)$$

Z zależności (2.30) wynika, że różnicę ciśnień w dwóch obszarach możemy wyznaczyć z pomiaru różnicy poziomów rtęci w manometrze różnicowym.

Do pomiaru małej różnicy ciśnień wzdłuż przewodu jak na przykład przy przepływie gazów z niezbyt dużymi prędkościami około kilkunastu metrów na sekundę, najczęściej stosowanym przyrządem jest manometr typu U wypełniony wodą destylowaną, alkoholem lub mieszaniną wody z alkoholem. Wadą wody jest jej czułość na zanieczyszczenia, a w szczególności na zatłuszczenia rurek. Błąd wynikający z zanieczyszczenia rurki może się wyrazić wysokością słupa wody $\frac{60}{d}$ mm, gdzie d - średnica rurki manometru w milimetrach. Ponadto woda może podnieść się w rurce o $\frac{30}{d}$ mm na skutek zjawiska włoskowatości. Błąd wynikający ze zjawiska włoskowatości dla alkoholu jest mniejszy i wynosi około $\frac{11}{d}$ mm. Jak widać błąd wynikający z zanieczyszczenia rurki może być znacznie wyższy od błędu wynikającego z włoskowatości. Przy zatłuszczeniu rurki często możemy zaobserwować, że pomimo zwiększenia ciśnienia poziom cieczy w manometrze utrzymuje się bez zmian. Na manometry U stosowane są rurki kalibrowane o stałej średnicy, która zazwyczaj wynosi od 5 ÷ 8 mm. Rurki manometru U najczęściej nie posiadają identycznej średnicy, a na skutek lepkości cieczy przy opadaniu poziomu rtęci w jednej rurce, spowodowanego różnicą ciśnień, część cieczy przylepia się do ścianek i spływa powoli, co powoduje, że odczytujemy położenie menisku w rurce niższe niż wynikałoby to z podniesienia się cieczy w drugiej rurce manometru U. Z tych właściwych powodów bardzo często zamiast manometru U stosujemy manometry naczynkowe, w których jedna z rurek manometru U zastąpiona jest naczynkiem o dużym przekroju

Rozróżniamy dwa typy manometrów: cieczowe i pudełkowe.

Manometry cieczowe wykonane są z rurki szklanej, wygiętej w kształcie litery U, wypełnionej cieczą manometryczną o gęstości większej od gęstości płynu w zbiorniku (rys. 2.15). Jeden koniec rurki jest połączony z naczyniem, drugi jest otwarty i pozostaje pod działaniem ciśnienia atmosferycznego p_a .



Rys. 2.15

Po połączeniu manometru z obszarem mierzonego ciśnienia ustali się stan równowagi, który możemy przedstawić w postaci

$$p_M = p_a + \gamma_1 h_1 - \gamma a = p_0 + \gamma h, \quad (2.28)$$

gdzie: p_M - oznacza ciśnienie bezwzględne w punkcie M,

γ_1, γ - ciężary właściwe cieczy manometrycznej i cieczy w naczyniu,

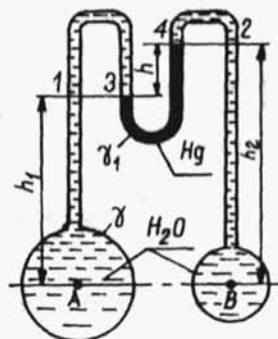
h_1 - wysokość słupa cieczy w prawym ramieniu manometru,
 h i a - wysokość słupa cieczy od powierzchni swobodnej do punktu M i od punktu M do poziomu cieczy w lewym ramieniu manometru.

Z równości (2.28) możemy wyznaczyć ciśnienie panujące na powierzchni swobodnej

$$p_0 = p_a + \gamma_1 h_1 - \gamma(h + a). \quad (2.29)$$

Manometry cieczowe są dokładne i proste w użyciu oraz służą do pomiaru ciśnień w znacznie szerszym zakresie niż piezometry.

Do pomiaru różnicy ciśnień $\Delta p = p_1 - p_2$ w dwóch różnych punktach służą manometry różnicowe (rys. 2.16). Najbardziej rozpowszechnione w praktyce technicznej są manometry różnicowe rtęciowe. Ramiona manometru różnicowego połączone są np. z dwoma cylindrami napełnionymi wodą. Oznaczmy ciśnienia w punktach A i B przez p_A i p_B , przy czym zakładamy, że $p_A > p_B$, wysokości słupa wody h_1 od punktu A do dolnego poziomu rtęci i h_2 od punktu B do górnego poziomu rtęci. Z warunku równowagi cieczy wyznaczymy różnicę ciśnień $\Delta p = p_A - p_B$ w zależności od różnicy poziomów rtęci $h = h_2 - h_1$ w manometrze różnicowym.



Rys. 2.16

Ciśnienie w przekroju 1 równe jest ciśnieniu w przekroju 3 (płaszczyzny poziome są w jednorodnej cieczy powierzchniami jednakowych ciśnień):

$$p_1 = p_3, \text{ analogicznie } p_2 = p_4.$$

Ciśnienia w punktach A i B wynoszą:

$$p_A = p_1 + \gamma h_1; \quad p_B = p_2 + \gamma h_2,$$

skąd

$$\Delta p = p_A - p_B = (p_1 - p_2) - \gamma (h_2 - h_1),$$

ale

$$p_1 = p_2 + \gamma_1 h.$$

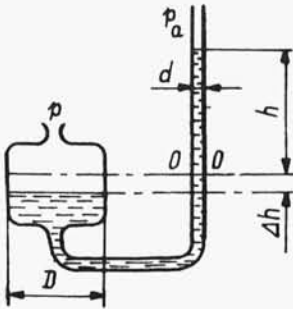
Podstawiając p_1 do poprzedniej zależności, otrzymamy

$$\Delta p = p_A - p_B = h(\gamma_1 - \gamma). \quad (2.30)$$

Z zależności (2.30) wynika, że różnicę ciśnień w dwóch obszarach możemy wyznaczyć z pomiaru różnicy poziomów rtęci w manometrze różnicowym.

Do pomiaru małej różnicy ciśnień wzdłuż przewodu jak na przykład przy przepływie gazów z niezbyt dużymi prędkościami około kilkunastu metrów na sekundę, najczęściej stosowanym przyrządem jest manometr typu U wypełniony wodą destylowaną, alkoholem lub mieszaniną wody z alkoholem. Wadą wody jest jej czułość na zanieczyszczenia, a w szczególności na zatkanie rurek. Błąd wynikający z zanieczyszczenia rurki może się wyrazić wysokością słupa wody $\frac{60}{d}$ mm, gdzie d - średnica rurki manometru w milimetrach. Ponadto woda może podnieść się w rurce o $\frac{30}{d}$ mm na skutek zjawiska włoskowatości. Błąd wynikający ze zjawiska włoskowatości dla alkoholu jest mniejszy i wynosi około $\frac{11}{d}$ mm. Jak widać błąd wynikający z zanieczyszczenia rurki może być znacznie wyższy od błędu wynikającego z włoskowatości. Przy zatkanie rurek często możemy zaobserwować, że pomimo zwiększenia ciśnienia poziom cieczy w manometrze utrzymuje się bez zmian. Na manometry U stosowane są rurki kalibrowane o stałej średnicy, która zazwyczaj wynosi od 5 ÷ 8 mm. Rurki manometru U najczęściej nie posiadają identycznej średnicy, a na skutek lepkości cieczy przy opadaniu poziomu rtęci w jednej rurce, spowodowanego różnicą ciśnień, część cieczy przylepia się do ścianek i spływa powoli, co powoduje, że odczytujemy położenie menisku w rurce niższe niż wynikałoby to z podniesienia się cieczy w drugiej rurce manometru U. Z tych właściwie powodów bardzo często zamiast manometru U stosujemy manometry naczyńkowe, w których jedna z rurek manometru U zastąpiona jest naczynkiem o dużym przekroju

w porównaniu z wewnętrznym przekrojem rurki (rys.2.17). Najczęściej $D = 80 \text{ mm}$ a $d = 4 \div 6 \text{ mm}$. Różnica ciśnień mierzona przy pomocy manometru naczynkowego wynosi



Rys.2.17

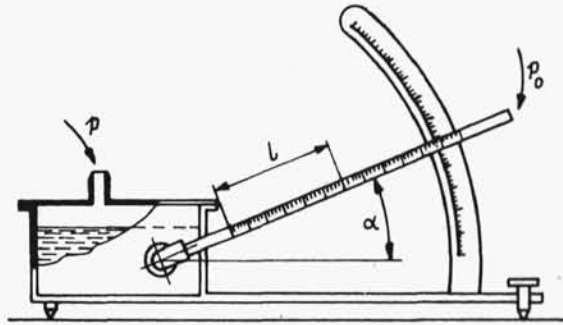
$$\Delta p = p - p_a = \gamma (h + \Delta h), \quad (2.31)$$

gdzie $\Delta h = \left(\frac{d}{D}\right)^2 h$ jest wielkością bardzo małą, którą można pominąć.

Dla wyeliminowania błędu wynikającego z zaniedbania wielkości Δh używamy często do napełniania naczynka mieszaniny alkoholu z wodą w odpowiednim stosunku; możemy również podnosić lub opuszczać naczynko, aby poziom cieczy w naczynku sprowadzić do zera.

Dla bardzo dokładnych pomiarów przy małej różnicy ciśnień stosujemy mikromanometry.

Najprostszym mikromanometrem jest manometr naczynkowy o pochylej rurce i dlatego nazywany jest zazwyczaj manometrem pochyłym (rys. 2.18).



Rys.2.18

Różnica ciśnień mierzona przy pomocy manometru pochyłego wynosi

$$\Delta p = p - p_a = \gamma l \sin \alpha + \gamma \Delta h, \quad (2.32)$$

gdzie $\Delta h = \left(\frac{d}{D}\right)^2 l$.

Dobierając odpowiednio pochylone rurki możemy uzyskać żadaną dokładność odczytu. Błąd wynikający z zaniedbania odczytu wielkości Δh można wyeliminować w podobny sposób jak dla manometru naczynkowego z rurką pionową.

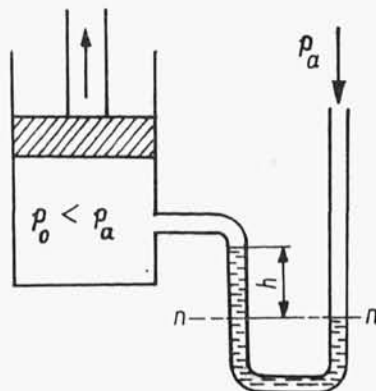
Średnica rurki przy danym pochyleniu winna być odpowiednio mała, aby można było otrzymać prawidłowy do odczytu menisk ($d = 3 \text{ mm}$).

Wakumetr jest to przyrząd służący do pomiaru podciśnienia.

Zasada działania oraz konstrukcja wakumetrów niczym się nie różni od manometrów cieczowych.

Wakumetr naczyniowy stanowi wygiętą w kształt litery U rurkę szklaną napełnioną cieczą manometryczną, przeważnie rtęcią. Jeden koniec tej rurki łączymy z obszarem, w którym ciśnienie jest mniejsze od ciśnienia atmosferycznego $p_0 < p_a$, drugi zaś koniec jest otwarty i połączony z atmosferą (rys. 2.19).

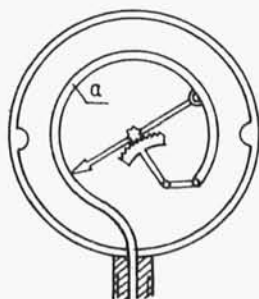
Ciśnienie atmosferyczne wyznaczamy na poziomie płaszczyzny porównawczej $n - n$



Rys.2.19

$$p_a = p_0 + \gamma h \quad \text{czyli} \quad p_0 = p_a - \gamma h.$$

Manometry pudełkowe służą do pomiaru ciśnienia w dość szerokim zakresie. Można je podzielić na dwa rodzaje: manometry rurkowe i manometry membranowe.



Rys.2.20

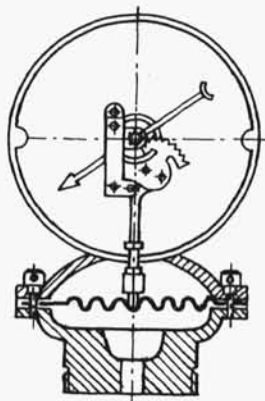
Manometr rurkowy składa się ze zgiętej w kształcie okręgu rurki metalowej a o przekroju eliptycznym (rys.2.20). Koniec tej rurki połączony jest za pomocą dźwigni z zębatką, poruszającą kołko zębate wraz ze wskazówką.

Rurka poddana działaniu ciśnienia odkształca się, wywołując w ten sposób obrót wskazówki, która wskazuje na tarczy, wyskalowanej - wartości mierzonych ciśnień. Manometry rurkowe powinny być po dłuższym użyciu sprawdzane ze względu na możliwości wystąpienia trwałego odkształcenia.

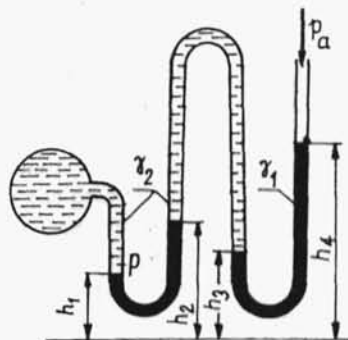
Manometr membranowy różni się od manometru rurkowego tym, że mierzone ciśnienie cieczy zamiast odkształcania rurki powoduje zmiany położenia membrany metalowej o falistym przekroju (rys.2.21). Membrana z kolei wywołuje przesuwanie drążka połączonego z zębatką i wskazówką, która wskazuje wartości mierzonych ciśnień.

Manometry pudełkowe używane są do pomiaru ciśnienia w pompach, sprężarkach, rurociągach, zbiornikach itd. Cały mechanizm manometru umieszczony jest w metalowej osłonie, chroniącej go od uszkodzenia.

Przykład 2.3. Do pomiaru nadciśnienia p_n w naczyniu przyjęto dwucieczowy manometr w kształcie podwójnej U-rurki.



Rys. 2.21



Rys. 2.22

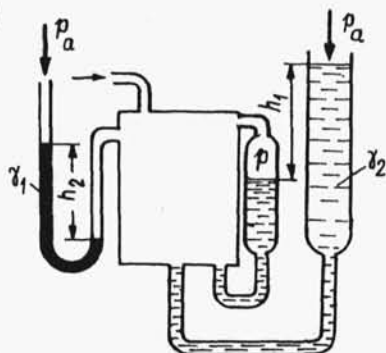
Wyznaczyć ciśnienie p w zbiorniku mając dane wysokości menisków cieczy o ciężarach właściwych γ_1 i γ_2 (rys. 2.22).

Rozwiązanie. Nadciśnienie

$$p_n = p - p_a = (h_4 - h_3) \gamma_1 - (h_2 - h_3) \gamma_2 + \\ + (h_2 - h_1) \gamma_1 - (h_2 - h_1) \gamma_2 ,$$

czyli

$$p_n = [(h_4 - h_3) + (h_2 - h_1)] \gamma_1 - [(h_2 - h_3) + (h_2 - h_1)] \gamma_2 .$$



Rys. 2.23

Przykład 2.4. Określić nadciśnienie p_n w kotle z wodą oraz wysokość h_1 , jeżeli wysokość słupa rtęci w rurce manometru wynosi $h_2 = 50$ mm (rys. 2.23).

Rozwiązanie. Nadciśnienie p_n według wskazania manometru rtęciowego wynosi

$$p_n = p - p_a = \gamma_1 h_2 = 13,6 \cdot 5 = \\ = 68 \text{ G/cm}^2 = 0,068 \text{ at} = \\ = 0,0693 \text{ bar} .$$

Wysokość h_1 wyznaczmy z manometru wodnego

$$p_n = \gamma_2 h_1,$$

stąd

$$h_1 = \frac{p_n}{\gamma_2} = \frac{68}{1} = 68 \text{ cm} = 0,68 \text{ m}.$$

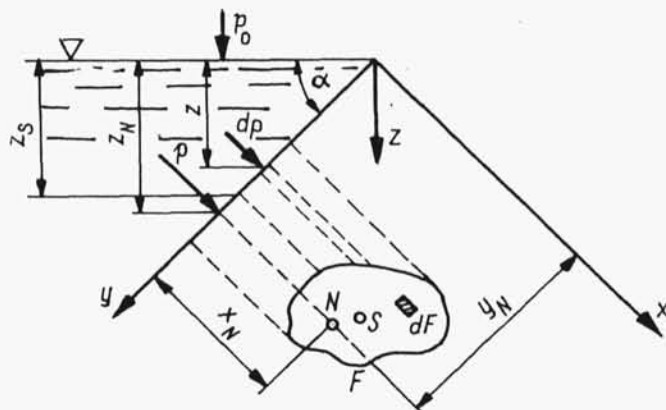
2.10. PARCIE CIECZY NA POWIERZCHNIE PŁASKIE

2.10.1. OBLICZANIE PARCIA

Parciem hydrostatycznym nazywamy siłę powierzchniową, jaką wywiera ciecz w stanie spoczynku na dowolnie zorientowaną w przestrzeni powierzchnię.

Parcie cieczy, jako wypadkowa parć elementarnych prostopadłych do elementów płaszczyzny, skierowane jest normalnie do rozpatrywanej płaszczyzny.

Rozważmy parcie cieczy na dowolną powierzchnię F na płaskiej ścianie, nachylonej do powierzchni swobodnej pod kątem α (rys.2.24).



Rys.2.24

Obierzmy ukośny układ współrzędnych w sposób następujący: oś x wzdłuż krawędzi przecięcia się ściany płaskiej z powierzchnią swobodną (zwierciadłem) cieczy, oś y prostopadle do osi x w płaszczyźnie