

J. LUKASZEWICZ i M. WARMUS

# METODY NUMERYCZNE I GRAFICZNE

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

**METODY  
NUMERYCZNE I GRAFICZNE**



# BIBLIOTEKA MATEMATYCZNA

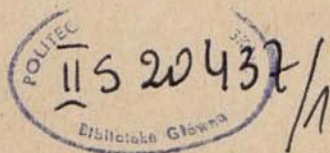
KOMITET REDAKCYJNY

MARCELI STARK,

STANISŁAW GOŁĄB, BRONISŁAW KNASTER, KAZIMIERZ KURATOWSKI,

STANISŁAW MAZUR, WŁADYSŁAW ORLICZ, STEFAN STRASZEWICZ

TOM 12

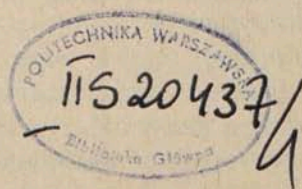


PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

JÓZEF ŁUKASZEWICZ i MIECZYSLAW WARMUS

# METODY NUMERYCZNE I GRAFICZNE

CZĘŚĆ I



WARSZAWA 1956



COPYRIGHT, 1956, by  
PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE  
WARSZAWA (Poland) Krakowskie Przedmieście 79

All Rights Reserved

No part of this book may be translated or reproduced  
in any form, by mimeograph or any other means,  
without permission in writing from the publishers.

*Wydanie*

Książka pomocnicza zatwierdzona przez  
Ministerstwo Szkolnictwa Wyższego  
do użytku w szkołach wyższych

Wrocławska Drukarnia Naukowa

## WSTĘP

Wszędzie tam, gdzie matematyka styka się z praktyką, wylaniają się kwestie rachunkowe. Nie wystarczają wtedy rozważania teoretyczne, bo inżynier chce wiedzieć, jaka będzie wytrzymałość projektowanej konstrukcji, a lekarz chce znać skuteczność nowego lekarstwa. Pełną odpowiedzią na ich pytania jest podanie konkretnego wyniku liczbowego wraz z oszacowaniem jego dokładności.

Umiejętność rachowania jest rzeczą dość rzadką i niezbyt łatwą do wyrobienia. Spośród studentów politechniki przeszło 75% nie jest w stanie pomnożyć bezbłędnie w ciągu 10 minut dwu liczb sześciocyfrowych. Dobry rachmistrz powinien łączyć w sobie ważne cechy spostrzegawczości, zdolności koncentrowania uwagi, pomysłowości w dobieraniu dogodnych sposobów postępowania oraz szerokiej znajomości różnorodnych metod. Dłuższa praktyka wyrabia cenną wprawę, intuicję i wyczucie, nieodzowne w niektórych metodach numerycznych (np. w metodzie relaksacji).

Brak umiejętności rachunkowych lub niezdarność w szacowaniu dokładności rachunku powodują ogromne straty: wiele tysięcy godzin niepotrzebnej pracy, opóźnienia aktualnie ważnych wyników, nadmierne zużycie surowców, pobieranie niepotrzebnie dużych próbek towaru, które nieraz ulegają zniszczeniu w czasie prób itp., nie mówiąc już o szkodach, jakie może spowodować błędny rachunek.

W polskiej literaturze matematycznej nie było dotychczas podręcznika metod numerycznych i graficznych. Książka niniejsza jest próbą wypełnienia tej luki. Mimo podręcznikowego charakteru zawiera wiele nowych pomysłów i oryginalnych opracowań. Do zrozumienia wyłożonego w tej książce materiału potrzebna jest znajomość matematyki elementarnej oraz podstawowe wiadomości z geometrii analitycznej i rachunku różniczkowego i całkowego.

Książka rozpoczyna się krótkim wykładem teorii błędów. W praktyce rachunkowej niemal bez wyjątku operujemy wielkościami przybliżonymi. Stąd powstaje konieczność umiejętnego szacowania błędu, dyskusji dokładności wyniku i przeprowadzenia rachunku tak, by uzyskać potrzebną dokładność możliwie najprościej. Często spotyka się błędne



obliczenia spowodowane zbyt pochopnymi oszacowaniami, zaniedbywaniem błędów stałych fizycznych, błędów zaokrąglania itp. Równie często napotykamy obliczenia, w których wloką się do samego końca całe tasiemce nie znaczących miejsc dziesiętnych. Sztuka rachowania wymaga utrzymania się między jedną skrajnością a drugą.

W dalszych rozdziałach niniejszej książki omawiamy spotykane najczęściej zagadnienia numeryczne, jak interpolacja, aproksymacja, rozwiązywanie równań i ich układów oraz przybliżone różniczkowanie i całkowanie. Nie jest to wykład kompletny. Ograniczając się do rzeczy najprostszych postanowiliśmy omówić przybliżone metody rozwiązywania równań różniczkowych dopiero w tomie II. Do tomu II postanowiliśmy przenieść także rozdziały o układaniu tablic funkcyjnych, o interpolacji funkcji wielu zmiennych i o kubaturze mechanicznej.

W rachunkach posługujemy się różnymi narzędziami, jak wykresy, papiery funkcyjne, nomogramy, suwaki, tablice i maszyny matematyczne do elektronowych włącznie. Wybór odpowiedniego narzędzia jest również rzeczą ważną. Zwykle nie docenia się najprostszych narzędzi, wykonując np. na arytmometrze lub wielocyfrowych tablicach obliczenia, które można by z wystarczającą dokładnością wykonać na suwaku. Tam, gdzie powtarza się często obliczenie według pewnego wzoru, bardzo pożyteczny może być odpowiedni nomogram. Posługiwanie się nomogramem jest tak proste, że może go używać niewykwalifikowany pracownik fizyczny. Nieznajomość prostych metod rachunkowych, a zwłaszcza metod graficznych, wciąż jeszcze np. uniemożliwia stosowanie na szeroką skalę w naszym przemyśle statystycznej kontroli jakości. Dlatego pomijając w naszej książce opisy skomplikowanych aparatów i maszyn dość dużo miejsca poświęcamy nomografii i suwakowi logarytmicznemu.

Obliczenia można racjonalizować nawet wtedy, gdy posługujemy się najprostszymi narzędziami, jakimi są ołówek i kawałek papieru. Przez rozsądne i celowe ułożenie kolejności rachunków i sposobu ich zapisu można uzyskać schematyzację obliczeń, która często może znacznie ułatwić pracę i ustrzec od błędów. Taką schematyzacją są np. metoda schematyczna i rachunek krakowianów wyłożone w rozdziale VI. Bardzo ważną rzeczą jest kontrola obliczeń. Metodą najmniej polecaną jest powtórzenie rachunku. Jeśli to tylko jest możliwe, staramy się kontrolować wyniki innym niezależnym rachunkiem.

W niektórych rozdziałach może czytelnika zdziwić różnorodność metod rozwiązywania jednego zagadnienia. Chcemy na wstępie podkreślić, że metoda korzystniejsza w jednym przypadku może ustępować pozostałym w przypadkach innych. Jedna metoda mogłaby dawać w niektórych konkretnych zastosowaniach rachunki niepotrzebnie długie i żmudne. W każdym rozdziale omawiamy zalety i wady przedstawionych



tam metod i podajemy wskazówki ułatwiające wybór metody najodpowiedniejszej dla danego zagadnienia. Trzeba również zwrócić uwagę na to, że ocena wygody stosowania tej czy innej metody jest w dużym stopniu subiektywna. Zwolennicy schematów będą np. stosowali do rozwiązywania układów równań liniowych metodę schematyczną. Inni rachmistrze mogą rozwiązać ten sam układ prędzej metodą relaksacji.

Każda metoda wymaga szacowania błędu uzyskanych przybliżeń. Jest to często najtrudniejsza część rachunku, ale nie można z niej zrezygnować. Trudność oszacowania błędu nie może być usprawiedliwieniem jego pominięcia. Wartość przybliżona bez podania błędu przybliżenia jest bezużyteczna. W naszej książce kładziemy specjalny nacisk na poprawne i dokładne oszacowanie błędu.

Podzieliliśmy się pracą następująco: Rozdziały IB, VIII, IX, X i wstęp napisał J. Łukaszewicz. Rozdziały II, III, IV, V, VI i VII napisał M. Warmus. Część A rozdziału I została napisana wspólnie. Całość została przez obu autorów przedyskutowana i uzgodniona.

---



