

# Spis rzeczy



|   |            |
|---|------------|
| Przedmowa . . . . .   | 5          |
| Wiomości wstępne . . . . .  | 7          |
| <b>Część pierwsza — Algebra</b>   |            |
| <b>Rozdział I. Pierścienie . . . . .</b>                                    | <b>11</b>  |
| § I.1. Półgrupy i grupy . . . . .   | 11         |
| § I.2. Pierścienie . . . . .  | 15         |
| § I.3. Pierścienie z transpozycją . . . . .                                 | 17         |
| § I.4. Dzielniki zera. Odwrotności . . . . .                                | 21         |
| § I.5. Pierścienie uporządkowane . . . . .                                  | 23         |
| § I.6. Pierścienie nad pierścieniami . . . . .                              | 30         |
| § I.7. Ciała . . . . .  | 32         |
| § I.8. Liczby zespolone . . . . .   | 36         |
| § I.9. Liczby nieskończone . . . . .  | 41         |
| § I.10. Pierścienie z podzielnością . . . . .                               | 42         |
| <b>Rozdział II. Wielomiany . . . . .</b>                                    | <b>49</b>  |
| § II.1. Określenie wielomianu. Pierścienie wielomianowe . . . . .           | 49         |
| § II.2. Wartość wielomianu w punkcie. Pierwiastki wielomianu . . . . .      | 52         |
| § II.3. Podzielność wielomianów . . . . .                                   | 55         |
| § II.4. Największy wspólny dzielnik wielomianów . . . . .                   | 61         |
| § II.5. Rozkład wielomianu na czynniki elementarne . . . . .                | 63         |
| § II.6. Wzór interpolacyjny Lagrange'a . . . . .                            | 68         |
| § II.7. Funkcje wielomianowe . . . . .                                      | 69         |
| <b>Rozdział III. Macierze . . . . .</b>                                     | <b>71</b>  |
| § III.1. Określenie macierzy i podstawowe działania na macierzach . . . . . | 71         |
| § III.2. Typy szczególne macierzy . . . . .                                 | 75         |
| § III.3. Hipermacierze . . . . .  | 79         |
| § III.4. Permutacje . . . . .   | 83         |
| § III.5. Wyznaczniki . . . . .  | 86         |
| § III.6. Odwrotności macierzy . . . . .                                     | 99         |
| § III.7. Ślad macierzy skończonej . . . . .                                 | 106        |
| <b>Rozdział IV. Wektory . . . . .</b>                                       | <b>109</b> |
| § IV.1. Moduły. Półwektory . . . . .  | 109        |
| § IV.2. Liniowa niezależność półwektorów . . . . .                          | 113        |

|  |     |
|--|-----|
| § IV.3. Półbazy i bazy . . . . .   | 116 |
| § IV.4. Przestrzenie liniowe. Wektory . . . . .                                  | 122 |
| § IV.5. Przestrzenie metryczne . . . . .   | 124 |
| § IV.6. Moduły z iloczynem skalarnym . . . . .                                   | 125 |
| § IV.7. Moduły unormowane . . . . .  | 130 |
| § IV.8. Półwektory ortogonalne . . . . .   | 133 |
| § IV.9. Półbazy i bazy ortogonalne . . . . .                                     | 134 |
| § IV.10. Współrzędne półwektora względem bazy . . . . .                          | 137 |
| § IV.11. Moduły izomorficzne . . . . .   | 138 |
| § IV.12. Ortogonalność półwektora do podmodułu z iloczynem skalarnym . . . . .   | 139 |
| § IV.13. Dopelnienie ortogonalne podmodułu z iloczynem skalarnym . . . . .       | 140 |
| § IV.14. Rzut ortogonalny półwektora na podmoduł z iloczynem skalarnym . . . . . | 142 |
| § IV.15. Związek między teorią modułów a teorią wektorów i macierzy . . . . .    | 144 |
| <b>Rozdział V. Macierze (ciąg dalszy).</b> . . . .                               | 145 |
| § V.1. Rząd macierzy skończonej . . . . .  | 145 |
| § V.2. Macierze ortogonalne . . . . .  | 152 |
| § V.3. Działania elementarne na macierzach i macierze elementarne . . . . .      | 162 |
| § V.4. Macierze permutacyjne . . . . .   | 165 |
| § V.5. Relacje macierzowe typu równoważności . . . . .                           | 167 |
| § V.6. Twierdzenia o diagonalizacji . . . . .                                    | 174 |
| § V.7. Rozkład macierzy nieosobliwych i quasi-nieosobliwych . . . . .            | 180 |
| § V.8. Nierówności Sylwestera i Frobeniusa . . . . .                             | 185 |
| § V.9. Macierze normalne . . . . .   | 186 |
| § V.10. Macierze idempotentne i macierze rzutujące . . . . .                     | 187 |
| § V.11. Macierze nilpotentne . . . . .   | 197 |
| § V.12. Macierze ponadtrójkątne . . . . .  | 200 |
| <b>Rozdział VI. Macierze funkcyjne</b> . . . . .                                 | 204 |
| § VI.1. Pierścienie i moduły funkcyjne . . . . .                                 | 204 |
| § VI.2. Funkcje półwektorowe . . . . .   | 207 |
| § VI.3. Funkcje macierzowe i macierze funkcyjne . . . . .                        | 212 |
| § VI.4. Moduły macierzowe nad pierścieniami funkcyjnymi . . . . .                | 217 |
| § VI.5. Rząd macierzy funkcyjnej . . . . .                                       | 220 |
| § VI.6. Funkcyjne macierze ortogonalne . . . . .                                 | 222 |
| <b>Rozdział VII. Macierze wielomianowe</b> . . . . .                             | 224 |
| § VII.1. Wielomiany macierzowe i macierze wielomianowe . . . . .                 | 224 |
| § VII.2. Podzielność macierzy wielomianowych . . . . .                           | 228 |
| § VII.3. Kanoniczne macierze diagonalne . . . . .                                | 230 |
| § VII.4. Wielomiany niezmiennicze macierzy wielomianowej . . . . .               | 231 |
| § VII.5. Dzielniki elementarne macierzy wielomianowej . . . . .                  | 236 |
| § VII.6. Wielomiany zerujące i wielomiany minimalne macierzy . . . . .           | 241 |
| § VII.7. Formy normalne macierzy . . . . .                                       | 246 |
| § VII.8. Forma kanoniczna Jordana macierzy zespolonych . . . . .                 | 249 |
| <b>Rozdział VIII. Wartości własne i wektory własne macierzy</b> . . . . .        | 252 |
| § VIII.1. Podstawowe definicje . . . . .   | 252 |
| § VIII.2. Podstawowe własności . . . . .   | 255 |
| § VIII.3. Macierze spektralne i macierze własne macierzy . . . . .               | 265 |
| § VIII.4. Macierze proste . . . . .  | 267 |

---

|   |            |
|---|------------|
| § VIII.5. Ortogonalne macierze własne . . . . .               | 270        |
| § VIII.6. Twierdzenia o diagonalizacji ortogonalnej . . . . . | 278        |
| <b>Rozdział IV. Macierze określone . . . . .</b>              | <b>283</b> |
| § IX.1. Formy hermitowskie . . . . .                          | 283        |
| § IX.2. Macierze określone . . . . .                          | 286        |
| § IX.3. Macierze nieujemnie określone . . . . .               | 293        |
| § IX.4. Rozkład macierzy nieujemnie określonych . . . . .     | 296        |
| <b>Skorowidz . . . . .</b>                                    | <b>302</b> |