

Skorowidz

Abelowa grupa 14

– półgrupa 14

algebraiczne dopełnienie 88

algorytm Euklidesa 45

– – słaby 45

\mathcal{A} -liczby całkowite w pierścieniu 21

\mathcal{A} -liczby naturalne w pierścieniu 21

argument liczby zespolonej 39

– – – główny 39

Baza modułu 121

– przestrzeni liniowej 123

bezwzględna wartość 28

– – kwadratowa 27

Bineta-Cauchy'ego wzór 91

blok Jordana 249

Całkowite \mathcal{A} -liczby w pierścieniu 21

całkowitości dziedzina 21

całkowity pierścień 21

Cayleya-Hamiltona twierdzenie 241

charakterystyczna macierz 281

charakterystyczne równanie macierzy 252

charakterystyczny wielomian macierzy 230

ciała izomorficzne 36

ciało 32

– funkcyjne 205

– liczb rzeczywistych 33

– – wymiernych 32

– – zespolonych 36

ciąg podwójny 84

ciągowa przestrzeń 123

ciągowy moduł 112

– – funkcyjny 208

ciągu podwójnego permutacja 85

częściowo uporządkowany pierścień 25

część quasi-rzeczywista pierścienia 20

– rzeczywista liczby zespolonej 38

– – macierzy zespolonej 77

– urojona liczby zespolonej 38

– – macierzy zespolonej 77

czynnik elementarny wielomianu 64

– pierwszy wielomianu 63

Diagonalna macierz 75

– – kanoniczna 230

diagonalny wyraz macierzy 74

dodatni element w pierścieniu uporządkowanym
25

dodatnio określona macierz 286

dolna ponadtrójkątna macierz 200

– trójkątna macierz 75

dolączona macierz 88

– – zredukowana 244

dopełnienie algebraiczne 88

– ortogonalne podmodułu 141

druga naturalna forma normalna macierzy 249

działania elementarne na macierzach 162

dziedzina całkowitości 21

dzielący zero półwektor 110

– – właściwie półwektor 110

dzielnik w pierścieniu 46

– elementarny macierzy wielomianowej 236

– lewy w pierścieniu 46

– – zera 21

– prawy w pierścieniu 46

– – zera 21

– wspólny 46

– – lewy 46

– – prawy 46

– – największy 46

– – – lewy 45

- dzielnik wspólny największy prawy 46
 — zera 21
 — — właściwy 21
 dzielników elementarnych układ 236
- Element dodatni w pierścieniu uporządkowanym 25
 — hermitowski w pierścieniu 19
 — jedynekowy półgrupy 11
 — niedodatni w pierścieniu uporządkowanym 25
 — nieujemny w pierścieniu uporządkowanym 25
 — odwracalny w pierścieniu 22
 — quasi-rzeczywisty w pierścieniu 19
 — samosprężony w pierścieniu 19
 — symetryczny w pierścieniu 19
 — zerowy półgrupy 11
 elementarna macierz 163
 elementarne działania na macierzach 162
 elementarny dzielnik macierzy wielomianowej 236
 elementu odwrotność w grupie 13
 — — w pierścieniu 22
 — — lewa w pierścieniu 22
 — — prawa w pierścieniu 22
 Euklidesa algorytm 45
 — — słaby 45
 euklidesowa metryka 132
 — odległość 124, 132
 — przestrzeń 123
- \mathcal{F} -liczba wymierna 36
 forma hermitowska 283
 — kanoniczna Jordana 250
 — — Smitha 233
 — kwadratowa 283
 — naturalna pierwsza normalna macierzy 248
 — — druga normalna macierzy 249
 funkcja macierzowa 212
 — niezerowa 205
 — porządkująca 42
 — półwektorowa 207
 — — niezerowa 207
 — wektorowa 208
 — wielomianowa 69
 — — lewa 69
 — — prawa 69
 funkcje półwektorowe liniowo niezależne 209
 — — — zależne 208
 — — silnie liniowo niezależne 210
 — — — — zależne 209
 — — słabo liniowo niezależne 210
 — — — — zależne 209
 funkcyjna macierz 213
 funkcyjna macierz silnie quasi-nieosobliwa 214
 — — — quasi-odwracalna 215
 — — słabo nieosobliwa 214
 — — — odwracalna 215
 — norma 219
 — — naturalna 219
 — przestrzeń liniowa 205
 funkcyjne ciało 205
 funkcyjnie unormowany moduł 219
 funkcyjnej macierzy kolumny liniowo niezależne 220
 — — — — zależne 220
 — — — silnie liniowo niezależne 220
 — — — — — zależne 220
 — — — słabo liniowo niezależne 220
 — — — — — zależne 220
 — rząd funkcyjny 220
 — — silna quasi-odwrotność 215
 — — słaba odwrotność 215
 — — wartość 214
 — — wiersze liniowo niezależne 220
 — — — — — zależne 220
 — — — silnie liniowo niezależne 220
 — — — — — zależne 220
 — — — słabo liniowo niezależne 220
 — — — — — zależne 220
 funkcyjny moduł 205
 — — ciągowy 208
 — — półwektorowy 207
 — — wektorowy 208
 — pierścień 204
 — — macierzowy 213
 — rząd macierzy funkcyjnej 220
- Geometryczna krotność wartości własnej macierzy 253
 — — widma macierzy 253
 geometryczny obraz liczby zespolonej 40
 — układ wartości własnych macierzy 253
 główna permutacja 84
 — przekątna macierzy 74
 główny argument liczby zespolonej 39
 górna ponadtrójkątna macierz 200
 — trójkątna macierz 75
 grupa 12
 — abelowa 14
 — przemiana 14
 grupy izomorficzne 14
- Hermitowska forma 283
 — macierz 77
 hermitowski element w pierścieniu 19

- hipermacierz 79
- hipermacierzy rozpisanie 79
- Idempotentna macierz 187
- iloczyn elementu przez wielomian 53
 - skalarny 125
- interpolacyjny wzór Lagrange'a 68
- izomorficzne ciała 36
 - moduły 138
 - pierścienie 20
- Jedynka urojona 37
 - w pierścieniu 16
- jedynkowa macierz 76
- jedynkowy element podgrupy 11
 - wielomian 49
- Jordana blok 249
 - forma kanoniczna macierzy 250
- Kanoniczna forma Jordana 250
 - Smitha 233
 - macierz diagonalna 230
- kolumna macierzy 73
 - tablicy 71
- kolumn macierzy liczba 145
- kolumnowo ortogonalna macierz 152
 - ortonormalna macierz 153
 - ortonormalnie quasi-równoważne macierze 169
 - – równoważne macierze 169
 - pełnego rzędu macierz 145
 - quasi-ortonormalna macierz 152
 - quasi-równoważne macierze 168
 - równoważne macierze 168
- kolumnowy moduł 113
 - półwektor 78
 - wektor 79
- kolumny macierzy funkcyjnej liniowo niezależne 220
 - – – – zależne 220
 - – – silnie liniowo niezależne 220
 - – – – zależne 220
 - – – słabo liniowo niezależne 220
 - – – – zależne 220
- kombinacja liniowa półwektorów 111
- krotność geometryczna wartości własnej macierzy 253
 - – widma macierzy 253
 - łączna pierwiastków wielomianu 60
 - wartości własnej macierzy 252
 - widma macierzy 253
- kwadratowa forma 283
 - norma 127
 - wartość bezwzględna 27
- kwadratowy pierwiastek w pierścieniu 27
- k -krotny pierwiastek wielomianu 59
 - – – lewy 59
 - – – prawy 59
- Lagrange'a wzór interpolacyjny 68
- Laplace'a rozwinięcie I 95
 - – II 96
- lewa funkcja wielomianowa 69
 - macierz własna macierzy 265
 - odwrotność elementu w pierścieniu 22
 - – macierzy 99
 - – n -tego stopnia macierzy 99
 - quasi-odwrotność n -tego stopnia macierzy 99
 - quasi-podzielność w pierścieniu 46
 - wartość macierzowa macierzy wielomianowej 227
 - – wielomianu w punkcie 52
- lewe miejsce zerowe macierzowe macierzy wielomianowej 227
 - – – wielomianu 54
- lewostronna podzielność w pierścieniu 45
 - – z resztą macierzy wielomianowej 228
 - słaba podzielność z resztą macierzy wielomianowej 229
- lewostronnie niecosobliwy wielomian 50
 - zerujący wielomian 241
- lewostronny moduł 109
- lewy dzielnik w pierścieniu 75
 - – zera w pierścieniu 21
 - iloczyn elementu przez wielomian 53
 - k -krotny pierwiastek wielomianu 59
 - największy wspólny dzielnik 46
 - – – quasi-dzielnik 46
 - – pierwiastek macierzowy macierzy wielomianowej 228
 - – – wielomianu 54
 - półwektor własny macierzy 254
 - quasi-dzielnik w pierścieniu 46
 - wektor własny macierzy 254
 - wspólny dzielnik w pierścieniu 45
 - – quasi-dzielnik w pierścieniu 46
- liczb całkowitych pierścien 20
 - rzeczywistych ciała 33
 - wymiernych ciała 32
 - zespolonych ciała 36
- liczba kolumn macierzy 145
 - wierszy macierzy 145
 - zespolona 37
- liczby nieskończone 41
 - zespolonej argument 39
 - – – główny 39

liczby zespolonej część rzeczywista 38

- – – urojona 38
- – obraz geometryczny 40
- – pierwiastek n -tego stopnia 40
- – postać trygonometryczna 39

liniowa kombinacja półwektorów 111

- podprzestrzeń 123
- – trywialna 123
- – właściwa 123
- przestrzeń 122
- – funkcyjna 205

liniowo niezależne funkcje półwektorowe 209

- – półwektory 113
- niezależnych półwektorów układ 114
- silnie niezależne funkcje półwektorowe 210
- – zależne funkcje półwektorowe 209
- słabo niezależne funkcje półwektorowe 210
- – zależne funkcje półwektorowe 209
- zależne funkcje półwektorowe 208
- – półwektory 113

Łączna krotność pierwiastków wielomianu 60

Macierz 73

- charakterystyczna macierzy 281
- diagonalna 75
- – kanoniczna 230
- dodatnio określona 286
- dołączona 88
- – zredukowana 244
- elementarna 163
- funkcyjna 213
- – kolumnowo silnie ortogonalna 222
- – – – quasi-ortonormalna 222
- – silnie ortogonalna 222
- – – – quasi-nieosobliwa 214
- – – – quasi-ortonormalna 222
- – słabo nieosobliwa 214
- – – – odwracalna 215
- – wierszowo silnie ortogonalna 222
- – – – quasi-ortonormalna 222
- hermitowska 77
- idempotentna 187
- jedynkowa 76
- kolumnowo ortogonalna 152
- – ortonormalna 153
- – pełnego rzędu 145
- – quasi-ortonormalna 152
- niedodatnio określona 286
- nieosobliwa 88
- nieskończona 73
- nieujemnie określona 286

macierz nilpotentna 197

- normalna 186
- odwracalna w n -tym stopniu 100
- określona 287
- ortogonalna 156
- ortonormalna 156
- osobliwa 88
- o wartościach regularnych 220
- pełnego rzędu 146
- permutacyjna 165
- ponadtrójkątna 200
- – dolna 200
- – górna 200
- półokreślona 287
- półprosta 254
- prosta 254
- quasi-jedynkowa 76
- quasi-nieosobliwa w n -tym stopniu 88
- quasi-odwracalna w n -tym stopniu 100
- quasi-ortonormalna 156
- quasi-osobliwa w n -tym stopniu 88
- quasi-rzeczywista 77
- quasi-skalarowa 76
- regularna 78
- rzeczywista 78
- rzutująca 191
- samosprężona 77
- skalarowa 76
- skończona 73
- skośnie hermitowska 78
- – symetryczna 78
- spektralna macierzy 265
- stowarzyszona z wielomianem monicznym 246
- symetryczna 77
- trójkątna 75
- – dolna 75
- – górna 75
- trójdagonalna 76
- ujemnie określona 286
- wielomianowa 224
- – lewostronnie podzielna z resztą 228
- – – – słabo podzielna z resztą 229
- – – – macierzowo nieosobliwa 226
- – – – quasi-nieosobliwa 226
- – – – podzielna z resztą 229
- – – – prawostronnie podzielna z resztą 228
- – – – słabo podzielna z resztą 229
- – – – słabo podzielna z resztą 229
- – – – wielomianowo lewostronnie nieosobliwa 226
- – – – – – quasi-nieosobliwa 226
- – – – – – nieosobliwa 226

- macierz wielomianowa wielomianowo prawost-
- ronnie nieosobliwa 226
- — — — — quasi-nieosobliwa 226
- — — — — quasi-nieosobliwa 226
- wierszowo ortogonalna 152
- — ortonormalna 153
- — pełnego rzędu 145
- — quasi-ortonormalna 152
- własna macierzy 265
- — lewa macierzy 265
- — prawa macierzy 265
- zerowa 76
- zespolona 78
- zredukowana dołączona 244
- macierze kolumnowo ortonormalnie quasi-równo-
- ważne 169
- — — — — równoważne 169
- — — — — quasi-równoważne 168
- — — — — równoważne 168
- ortonormalnie podobne 169
- — — — — quasi-podobne 169
- — — — — quasi-równoważne 168
- — — — — równoważne 168
- podobne 169
- quasi-podobne 169
- quasi-równoważne 167
- równoważne 167
- ściśle quasi-równoważne 170
- — — — — równoważne 169
- wierszowo ortonormalnie quasi-równoważne
- 169
- — — — — równoważne 169
- — — — — quasi-równoważne 168
- — — — — równoważne 168
- macierzowa funkcja 212
- lewa wartość macierzy wielomianowej 227
- prawa wartość macierzy wielomianowej 227
- wartość macierzy wielomianowej 227
- macierzowe lewe miejsce zerowe macierzy wielo-
- mianowej 227
- miejsce zerowe macierzy wielomianowej
- 227
- prawe miejsce zerowe macierzy wielomianowej
- 227
- relacje typu równoważności 167
- macierzowego wielomianu stopień macierzowy
- 226
- — — — — wielomianowy 226
- macierzowo-wielomianowy pierścień 224
- macierzowy lewy pierwiastek macierzy wielomia-
- wej 228
- — — — — macierzowy moduł 113
- — — — — n -tego stopnia 113
- — — — — nad pierścieniem funkcyjnym 217
- — — — — pierścień 72
- — — — — funkcyjny 213
- — — — — regularny 78
- — — — — pierwiastek macierzy wielomianowej 228
- — — — — podpierścień n -tego stopnia 77
- — — — — prawy pierwiastek macierzy wielomianowej
- 227
- — — — — stopień macierzy wielomianowej 226
- — — — — wielomianu macierzowego 226
- — — — — wielomian 224
- — — — — macierzowo nieosobliwy 226 /
- — — — — quasi-nieosobliwy 226
- — — — — wielomianowo lewostronnie nieosobliwy
- 226
- — — — — quasi-nieosobliwy 226
- — — — — nieosobliwy 226
- — — — — prawostronnie nieosobliwy 226
- — — — — quasi-nieosobliwy 226
- — — — — quasi-nieosobliwy 226
- macierzy druga naturalna forma normalna 249
- — — — — funkcyjnej kolumny liniowo niezależne 220
- — — — — — — — — — — zależne 220
- — — — — — — — — — — silnie liniowo niezależne 220
- — — — — — — — — — — zależne 220
- — — — — — — — — — — słabo liniowo niezależne 220
- — — — — — — — — — — zależne 220
- — — — — rząd funkcyjny 220
- — — — — silna quasi-odwrotność 215
- — — — — słaba odwrotność 215
- — — — — wartość 214
- — — — — wiersze liniowo niezależne 220
- — — — — — — — — — — zależne 220
- — — — — — — — — — — silnie liniowo niezależne 220
- — — — — — — — — — — zależne 220
- — — — — — — — — — — słabo liniowo niezależne 220
- — — — — — — — — — — zależne 220
- — — — — główna przekątna 74
- — — — — kolumna 73
- — — — — liczba kolumn 145
- — — — — wierszy 145
- — — — — macierz charakterystyczna 281
- — — — — spektralna 265
- — — — — własna 265
- — — — — — — — — — — lewa 265
- — — — — — — — — — — prawa 265
- — — — — moduł wierszowy 113
- — — — — kolumnowy 113
- — — — — odwrotność 99
- — — — — — — — — — — lewa 99

- macierzy odwrotność n -tego stopnia 100
 - — — — lewa 99
 - — — — prawa 99
 - — prawa 99
 - pierwsza naturalna forma normalna 248
 - ponadtrójkątnej wyraz oporowy 200
 - półwektor własny 254
 - — — lewy 254
 - — — prawy 254
 - quasi-odwrotność n -tego stopnia 100
 - — — — lewa 99
 - — — — prawa 99
 - równanie charakterystyczne 252
 - skończonej rząd 145
 - — ślad 106
 - stopień 74
 - — minimalny 74
 - układ geometryczny wartości własnych 253
 - — wartości własnych 253
 - wartość własna 252
 - wektor własny 254
 - — — lewy 254
 - — — prawy 254
 - widmo 253
 - widma krotność 253
 - wiersz 73
 - wielomian charakterystyczny 230
 - — lewostronnie zerujący 241
 - — minimalny 242
 - — prawostronnie zerujący 241
 - — zerujący 241
 - wielomianowej dzielnik elementarny 236
 - — — — — miejsce zerowe macierzowe 227
 - — — — — lewe 227
 - — — — — prawe 227
 - — — — — pierwiastek macierzowy 228
 - — — — — lewy 228
 - — — — — prawy 228
 - — — — — stopień macierzowy 226
 - — — — — wielomianowy 226
 - — — — — wartość macierzowa 227
 - — — — — lewa 227
 - — — — — prawa 227
 - wymiar 73
 - — minimalny 74
 - wyraz 73
 - — diagonalny 74
 - — nadprzekątniowy 74
 - — podprzekątniowy 74
 - — przekątniowy 74
 - zespolonej część rzeczywista 77
 - — — urojona 77
- metryka 124
 - euklidesowa 132
 - naturalna 132
- metryczna przestrzeń 124
- miejsce zerowe lewe macierzy wielomianowej 227
 - — — wielomianu 54
 - — — macierzy wielomianowej 227
 - — — prawe macierzy wielomianowej 227
 - — — — wielomianu 54
 - — — — wielomianu 54
- minimalny stopień macierzy 74
 - wielomian macierzy 242
 - wymiar macierzy 74
- minor 87
 - główny 88
- moduł 109
 - bez dzielenia zera 111
 - ciągowy 112
 - funkcyjnie unormowany 219
 - funkcyjny 205
 - — ciągowy 208
 - — półwektorowy 207
 - — wektorowy 208
 - kolumnowy macierzy 113
 - lewostronny 109
 - macierzowy 113
 - — n -tego stopnia 113
 - — nad pierścieniem funkcyjnym 217
 - n -wymiarowy 117
 - regularny 112
 - rozpięty na zbiorze 112
 - unormowany 130
 - wierszowy macierzy 113
 - zerowy 110
 - z funkcyjnym iloczynem skalarnym 218
 - z iloczynem skalarnym 125
- modułów suma prosta 142
- modułu baza 121
 - podstawa 109
 - póżbaza 117
 - — ortogonalna 134
 - — ortonormalna 134
 - — quasi-ortonormalna 134
 - — skończona 117
 - wymiar 117
- moduły izomorficzne 138
- Moivre'a wzór 40
- moniczny wielomian 50
- Nadprzekątniowy wyraz macierzy 74
- największy wspólny dzielnik 46
 - — lewy dzielnik 46

- największy wspólny prawy dzielnik 46
 najwyższy współczynnik wielomianu niezerowego 50
 naturalna forma normalna pierwsza macierzy 248
 — — — druga macierzy 249
 — metryka 132
 — norma 138
 — — funkcyjna 219
 naturalne \mathcal{A} -liczby w pierścieniu 21
 niedodatni element w pierścieniu uporządkowanym 25
 niedodatnio określona macierz 286
 nieosobliwa macierz 88
 — słabo macierz funkcyjna 214
 nieosobliwy lewostronnie wielomian 50
 — prawostronnie wielomian 50
 — wielomian 50
 nieskończona macierz 73
 nieskończone liczby 41
 nieujemnie określona macierz 286
 nieujemny element w pierścieniu uporządkowanym 25
 niezależne liniowo funkcje półwektorowe 209
 — — kolumny macierzy funkcyjnej 220
 — — — półwektory 113
 — — — wiersze macierzy funkcyjnej 220
 — silnie liniowo funkcje półwektorowe 210
 — — — kolumny macierzy funkcyjnej 220
 — — — wiersze macierzy funkcyjnej 220
 — słabo liniowo funkcje półwektorowe 210
 — — — kolumny macierzy funkcyjnej 220
 — — — wiersze macierzy funkcyjnej 220
 niezależnych liniowo półwektorów układ 114
 niezerowa funkcja 205
 — — półwektorowa 207
 niezmiennicze wielomiany 232
 nilpotentna macierz 197
 norma 130
 — funkcyjna 219
 — — naturalna 219
 — kwadratowa 127
 — naturalna 130
 normalna forma naturalna pierwsza macierzy 248
 — — — druga macierzy 249
 — macierz 186
 — — — — — odwracalna słabo macierz funkcyjna 215
 — — — — — w n -tym stopniu macierz 100
 — — — — — odwracalny element w pierścieniu 22
 — — — — — odwrotność elementu w grupie 13
 — — — — — w pierścieniu 22
 — — — — — lewa elementu w pierścieniu 22
 — — — — — prawa elementu w pierścieniu 22
 — — — — — macierzy 99
 — — — — — lewa 99
 — — — — — prawa 99
 — — — — — n -tego stopnia macierzy 100
 — — — — — lewa 99
 — — — — — prawa 99
 — — — — — słaba macierzy funkcyjnej 215
 określona dodatnio macierz 286
 — macierz 287
 — — — — — niedodatnio macierz 286
 — — — — — nieujemnie macierz 286
 — — — — — ujemnie macierz 286
 oporowy wyraz macierzy ponadtrójkątnej 200
 ortogonalna kolumnowo macierz 152
 — macierz 156
 — — — — — półbaza modułu 134
 — — — — — wierszowo macierz 152
 ortogonalne dopełnienie podmodułu 141
 — — — — — półwektory 133
 — — — — — ściśle półwektory 133
 ortogonalny rzut półwektora 142
 — — — — — układ półwektorów 133
 ortonormalna kolumnowo macierz 153
 — macierz 156
 — — — — — półbaza modułu 134
 — — — — — wierszowo macierz 153
 ortonormalne półwektory 133
 ortonormalnie kolumnowo quasi-równoważne macierze 169
 — — — — — równoważne macierze 169
 — — — — — podobne macierze 169
 — — — — — quasi-podobne macierze 169
 — — — — — quasi-równoważne macierze 168
 — — — — — równoważne macierze 168
 — — — — — wierszowo quasi-równoważne macierze 169
 — — — — — równoważne macierze 169
 ortonormalny układ półwektorów 133
 osobliwa macierz 88
 Parzysta permutacja 84
 pełnego rzędu kolumnowo macierz 145
 — — — — — macierz 146
 — — — — — wierszowo macierz 145
 permutacja 83

- permutacja ciągu podwójnego 85
 - główna 84
 - nieparzysta 84
 - parzysta 84
- permutacji znak 84
- permutacyjna macierz 165
- pierścień 15
 - całkowity 21
 - częściowo uporządkowany 25
 - funkcyjny 204
 - – macierzowy 213
 - liczb całkowitych 20
 - macierzowo-wielomianowy 224
 - macierzowy 72
 - – regularny 78
 - nad pierścieniem z jedyneką 30
 - o wartościach częściowo uporządkowanych 218
 - przemienny 17
 - uporządkowany 23
 - wielomianowo-macierzowy 224
 - wielomianowy 50
 - – regularny 55
 - z funkcyjną wartością bezwzględną 218
 - z lewą podzielnością 42
 - – quasi-podzielnością 44
 - z pierwiastkowaniem 28
 - z podzielnością 42
 - z prawą podzielnością 42
 - – quasi-podzielnością 44
 - z quasi-podzielnością 44
 - z transpozycją 17
 - z wartością bezwzględną 28
- pierścienia część quasi-rzeczywista 20
 - jedynka 16
 - zero 16
- pierścień izomorficzny 20
- pierwiastek kwadratowy w pierścieniu 27
 - macierzowy lewy macierzy wielomianowej 228
 - – macierzy wielomianowej 228
 - – prawy macierzy wielomianowej 228
 - k -krotny wielomianu 59
 - – – lewy 59
 - – – prawy 59
 - n -tego stopnia liczby zespolonej 40
 - pojedynczy wielomianu 59
 - wielomianu 54
 - – lewy 54
 - – prawy 54
- pierwiastków wielomianu łączna krotność 60
- pierwsza naturalna forma normalna macierzy 248
- podcało 36
- podgrupa 14
- podmoduł 111
 - trywialny 111
 - unormowany 132
 - właściwy 111
 - z iloczynem skalarnym 130
- podmodułu dopełnienie ortogonalne 141
- podobne macierze 169
- podpierścień 20
 - macierzowy n -tego stopnia 77
- podpółgrupa 14
- podprzekątniowy wyraz macierzy 74
- podprzestrzeń liniowa 123
 - – trywialna 123
 - – właściwa 123
- podstawa modułu 109
- podwójnego ciągu permutacja 85
- podwójny ciąg 84
- podzielność lewa w pierścieniu 45
 - prawa w pierścieniu 45
 - w pierścieniu 45
 - z resztą lewa macierzy wielomianowej 228
 - – macierzy wielomianowej 229
 - – prawa macierzy wielomianowej 228
 - – słaba lewa macierzy wielomianowej 229
 - – – macierzy wielomianowej 229
 - – – prawa macierzy wielomianowej 229
- pojedynczy pierwiastek wielomianu 59
- ponadtrójkątna macierz 200
 - – dolna 200
 - – górna 200
- ponadtrójkątnej macierzy wyraz oporowy 200
- porządkująca funkcja 42
- postać trygonometryczna liczby zespolonej 39
- potęgowanie w ciele 35
 - w pierścieniu 17
- półbaza modułu 117
 - ortogonalna modułu 134
 - ortonormalna modułu 134
 - quasi-ortonormalna modułu 134
 - skończona modułu 117
 - zbioru półwektorów 116
- półgrupa 11
 - abelowa 14
 - przemienna 14
- półgrupy element jedynkowy 11
 - – zerowy 11
 - izomorficzne 15
- półokreślona macierz 287
- półprosta macierz 254
- półwektor 109
 - dzielący zero 110

- półwektor dzielący zero właściwie 110
 – kolumnowy 78
 – – zerowy 78
 – ortogonalny do podmodułu 139
 – wierszowy 78
 – – zerowy 78
 – własny macierzy 254
 – – lewy macierzy 254
 – – prawy macierzy 254
 – zerowy 110
 półwektora rzut ortogonalny 142
 – współrzędne 137
 półwektorowa funkcja 207
 – – niezerowa 207
 półwektorowe funkcje liniowo niezależne 209
 – – – zależne 208
 – – – silnie liniowo niezależne 210
 – – – – zależne 209
 – – – słabo liniowo niezależne 210
 – – – – zależne 209
 półwektorowy moduł funkcyjny 207
 półwektorów liniowa kombinacja 111
 – liniowo niezależnych układ 114
 – układ ortogonalny 133
 – – ortonormalny 133
 – – quasi-ortonormalny 133
 – zbioru półbaza 116
 – – wymiar 117
 – zbiór n -wymiarowy 117
 półwektory liniowo niezależne 113
 – – zależne 113
 – ortogonalne 133
 – ortonormalne 133
 – quasi-ortonormalne 133
 – ściśle ortogonalne 133
 prawa funkcja wielomianowa 69
 – macierz własna macierzy 265
 – odwrotność elementu w pierścieniu 22
 – – macierzy 99
 – – n -tego stopnia macierzy 99
 – podzielność w pierścieniu 45
 – – z resztą macierzy wielomianowej 228
 – quasi-odwrotność n -tego stopnia macierzy 99
 – quasi-podzielność w pierścieniu 46
 – słaba podzielność z resztą macierzy wielomianowej 229
 – wartość macierzowa macierzy wielomianowej 227
 – – wielomianu w punkcie 52
 prawe miejsce zerowe macierzowe macierzy wielomianowej 227
 – – – wielomianu 54
 prawostronnie nieosobliwy wielomian 50
 – zerujący wielomian 241
 prawy dzielnik w pierścieniu 46
 – – zera 21
 – iloczyn elementu przez wielomian 53
 – k -krotny pierwiastek wielomianu 59
 – największy wspólny dzielnik 46
 – – – quasi-dzielnik 46
 – pierwiastek macierzowy macierzy wielomianowej 228
 – – wielomianu 54
 – półwektor własny macierzy 254
 – quasi-dzielnik w pierścieniu 46
 – wektor własny macierzy 254
 – wspólny dzielnik 46
 – – quasi-dzielnik 46
 prosta macierz 254
 przekątna główna macierzy 74
 przekątniowy wyraz w macierzy 74
 przemienność grupy 14
 – półgrupa 14
 przemienność pierścienia 17
 przedstawienie w permutacji 84
 przestrzeń ciągowa 123
 – euklidesowa 123
 – liniowa 122
 – – funkcyjna 205
 – metryczna 124
 – unitarna 123
 – wektorowa 122
 Quasi-czynnik elementarny wielomianu 64
 – pierwszy wielomianu 63
 quasi-dzielnik w pierścieniu 46
 – – lewy 46
 – – prawy 46
 – największy wspólny 46
 – – – lewy 46
 – – – prawy 46
 – wspólny 46
 – – lewy 46
 – – prawy 46
 quasi-jedynkowa macierz 66
 quasi-nieosobliwa macierz 88
 – silnie macierz funkcyjna 214
 quasi-odwracalna w n -tym stopniu macierz 100
 – silnie macierz funkcyjna 215
 quasi-odwrotność n -tego stopnia macierzy 100
 – – – – lewa 99
 – – – – prawa 99
 – silna macierz funkcyjna 215
 quasi-ortonormalna kolumnowo macierz 152

- quasi-ortonormalna macierz 156
 - półbaza modułu 134
 - wierszowo macierz 152
- quasi-ortonormalne półwektory 133
- quasi-ortonormalny układ półwektorów 133
- quasi-osobliwa macierz 88
- quasi-podobne macierze 169
 - ortonormalnie macierze 169
- quasi-podzielność w pierścieniu 46
 - – lewa 46
 - – prawa 46
- quasi-rozkład wielomianu na quasi-czynniki elementarne 64
- quasi-rozkładalny wielomian 63
- quasi-rozkłady równoważne wielomianu 66
- quasi-równoważne kolumnowo macierze 168
 - – ortonormalnie macierze 169
 - macierze 167
 - ortonormalnie macierze 168
 - ściśle macierze 170
 - wierszowo macierze 168
 - – ortonormalnie macierze 169
- quasi-rzeczywista część pierścienia 20
 - macierz 77
- quasi-rzeczywisty element w pierścieniu 19
- quasi-skalarne macierz 76
- Regularna macierz 78
- regularny moduł 112
 - pierścień macierzowy 78
 - wielomianowy 55
- reguła Sarrusa 87
- relacje macierzowe typu równoważności 167
- rozkład wielomianu na czynniki elementarne 64
 - – – – moniczne 64
- rozkładalny wielomian 63
- rozpięty na zbiorze modułów 112
- rozpisanie hipermacierzy 79
- rozwiązanie Laplace'a I 95
 - – II 96
- równanie charakterystyczne macierzy 252
- równoważne kolumnowo macierze 168
 - – ortonormalnie macierze 169
 - macierze 167
 - quasi-rozkłady wielomianu 66
 - ściśle macierze 169
 - wierszowo macierze 168
 - – ortonormalnie macierze 169
- rząd funkcyjny macierzy funkcyjnej 220
- macierzy skończonej 145
- rzeczywista część liczby zespolonej 38
- rzeczywista część macierzy zespolonej 77
 - macierz 78
- rzeczywistych liczb ciało 33
- rzut ortogonalny półwektora 142
- rzutu macierz 191
- Samosprężona macierz 77
- samosprężony element w pierścieniu 19
- Sarrusa reguła 87
- silna quasi-odwrotność macierzy funkcyjnej 215
- silnie liniowo niezależne funkcje półwektorowe 210
 - – – kolumny macierzy funkcyjnej 220
 - – – wiersze macierzy funkcyjnej 220
 - – zależne funkcje półwektorowe 209
 - – – kolumny macierzy funkcyjnej 220
 - – – wiersze macierzy funkcyjnej 220
 - quasi-nieosobliwa macierz funkcyjna 214
 - quasi-odwracalna macierz funkcyjna 215
- skalarne macierz 76
- skalarne iloczyn 125
- skończona macierz 73
 - półbaza modułu 117
- skończonej macierzy rząd 145
 - – ślad 106
- skośnie hermitowska macierz 78
 - symetryczna macierz 78
- słaba odwrotność macierzy funkcyjnej 215
 - podzielność z resztą macierzy wielomianowej 229
 - – – lewa macierzy wielomianowej 229
 - – – prawa macierzy wielomianowej 229 10
- słabo liniowo niezależne funkcje półwektorowe 2
 - – – kolumny macierzy funkcyjnej 220
 - – – wiersze macierzy funkcyjnej 220
 - – zależne funkcje półwektorowe 209
 - – – kolumny macierzy funkcyjnej 220
 - – – wiersze macierzy funkcyjnej 220
 - nieosobliwa macierz funkcyjna 214
 - odwracalna macierz funkcyjna 215
- słaby algorytm Euklidesa 45
- Smitha forma kanoniczna 233
- spektralna macierz 265
- sprężenie w pierścieniu 17
- sprężona transpozycja w pierścieniu 18
- stały wielomian 49
- stopień macierzowy macierzy wielomianowej 226
 - – wielomianu macierzowego 226
 - macierzy 74
 - – minimalny 74
 - wielomianowy macierzy wielomianowej 226
 - – wielomianu macierzowego 226
 - wielomianu 49

- stowarzyszona macierz z wielomianem mo-
nicznym 246
- suma prosta modułów 142
- symetryczna macierz 77
- symetryczny element w pierścieniu 19
- Ścisłe ortogonalne półwektory 133
- quasi-równoważne macierze 170
 - równoważne macierze 169
- śląd macierzy skończonej 106
- Tablica nad pierścieniem 71
- tablicy kolumny 71
- wiersz 71
 - wyraz 71
- transpozycja w pierścieniu 17
- sprzężona w pierścieniu 18
- trójdzielna macierz 76
- trójkątna macierz 75
- — dolna 75
 - — górna 75
- trygonometryczna postać liczby zespolonej 39
- trywialna podprzestrzeń liniowa 123
- twierdzenie Cayleya-Hamiltona 241
- Ujemnie określona macierz 286
- ujemny element w pierścieniu uporządkowanym 25
- układ dzielników elementarnych macierzy wielomianowej 236
- geometryczny wartości własnych macierzy 253
 - ortogonalny półwektorów 133
 - ortonormalny półwektorów 133
 - półwektorów liniowo niezależnych 114
 - quasi-ortonormalny półwektorów 133
 - wartości własnych macierzy 253
- unitarna przestrzeń 123
- unormowany funkcyjnie moduł 219
- moduł 130
 - podmoduł 132
- uporządkowany częściowo pierścień 25
- pierścień 23
- urojona część liczby zespolonej 38
- — macierzy zespolonej 77
 - jedynka 37
- Vandermonde'a wyznacznik 98
- Wartość bezwzględna w pierścieniu 28
- — kwadratowa w pierścieniu 27
 - macierzowa macierzy wielomianowej 227
 - — lewa macierzy wielomianowej 227
 - — prawa macierzy wielomianowej 227
- wartość macierzy funkcyjnej 214
- wielomianu 52
 - — lewa 52
 - — prawa 52
 - własna macierzy 252
- wartości własnej krotność 252
- — — geometryczna 253
 - — — własnych układ 253
 - — — geometryczny 253
- wektor 122
- kolumnowy 79
 - wierszowy 79
 - własny macierzy 254
 - — — lewy 254
 - — — prawy 254
- wektorowa funkcja 208
- przestrzeń 122
- wektorowy moduł funkcyjny 208
- widma macierzy krotność 253
- — — geometryczna 253
- widmo macierzy 253
- wielomian 49
- charakterystyczny macierzy 230
 - jedynkowy 49
 - lewostronnie nieosobliwy 50
 - — zerujący macierzy 241
 - macierzowy 224
 - — macierzowo nieosobliwy 226
 - — — quasi-nieosobliwy 226
 - — — wielomianowo lewostronnie nieosobliwy 226
 - — — — quasi-nieosobliwy 226
 - — — — nieosobliwy 226
 - — — — prawostronnie nieosobliwy 226
 - — — — quasi-nieosobliwy 226
 - — — — quasi-nieosobliwy 226
 - minimalny macierzy 242
 - moniczny 50
 - nad pierścieniem 49
 - nieosobliwy 50
 - prawostronnie nieosobliwy 50
 - — zerujący macierzy 241
 - quasi-rozkładalny 63
 - rozkładalny 63
 - stały 49
 - zerowy 49
 - zerujący macierzy 241
- wielomianowa funkcja 69
- — lewa 69
 - — prawa 69
 - macierz 224
 - — lewostronnie podzielna z resztą 228

- wielomianowa macierz macierzowo nieosobliwa 226
 - — — quasi-nieosobliwa 226
 - — — podzielna z resztą 229
 - — — prawostronnie podzielna z resztą 228
 - — — słabo lewostronnie podzielna z resztą 229
 - — — — podzielna z resztą 229
 - — — — prawostronnie podzielna z resztą 229
 - — — — wielomianowo lewostronnie nieosobliwa 226
 - — — — — quasi-nieosobliwa 226
 - — — — — nieosobliwa 226
 - — — — — prawostronnie nieosobliwa 226
 - — — — — quasi-nieosobliwa 226
 - — — — — quasi-nieosobliwa 226
- wielomianowej macierzy dzielnik elementarny 236
 - — stopień macierzowy 226
 - — — wielomianowy 226
- wielomianowo-macierzowy pierścień 224
- wielomianowy pierścień 50
 - — regularny 55
 - — stopień macierzy wielomianowej 226
 - — wielomianu macierzowego 226
- wielomianu czynnik elementarny 64
 - — pierwszy 63
 - — łączna krotność pierwiastków 60
 - — macierzowego dzielnik elementarny 236
 - — — — — miejsce zerowe macierzowe 227
 - — — — — — lewe 227
 - — — — — — — prawe 227
 - — — — — pierwiastek macierzowy 228
 - — — — — lewy 228
 - — — — — prawy 228
 - — — — — stopień macierzowy 226
 - — — — — wielomianowy 226
 - — — — — wartość macierzowa 227
 - — — — — lewa 227
 - — — — — prawa 227
 - — — — — niezerowego współczynnik najwyższy 50
 - — — — — pierwiastek 54
 - — — — — k -krotny 59
 - — — — — lewy 59
 - — — — — prawy 59
 - — — — — lewy 54
 - — — — — pojedynczy 59
 - — — — — prawy 54
 - — — — — quasi-czynnik elementarny 64
 - — — — — pierwszy 63
 - — — — — quasi-rozkład na quasi-czynniki elementarne 64
 - — — — — rozkład na czynniki elementarne 64
 - — — — — — moniczne 64
 - — — — — stopień 49
- wielomianu wartość w punkcie 52
 - — — lewa 52
 - — — prawa 52
 - — — współczynniki 49
 - — — wyraz wolny 49
- wielomiany niezmiennicze 232
- wiersz macierzy 73
 - — — tablicy 71
- wiersze macierzy funkcyjnej liniowo niezależne 220
 - — — — — zależne 220
 - — — — — silnie liniowo niezależne 220
 - — — — — — — zależne 220
 - — — — — słabo liniowo niezależne 220
 - — — — — — — zależne 220
- wierszowo ortogonalna macierz 152
 - — — ortonormalna macierz 153
 - — — ortonormalnie quasi-równoważne macierze 169
 - — — — — równoważne macierze 169
 - — — — — pełnego rzędu macierz 145
 - — — — — quasi-ortonormalna macierz 152
 - — — — — quasi-równoważne macierze 168
 - — — — — równoważne macierze 168
- wierszowy moduł macierzy 113
 - — — półwektor 78
 - — — wektor 79
- wierszy macierzy liczba 145
- właściwa podprzestrzeń liniowa 123
- właściwie dzielący zero półwektor 110
- właściwy dzielnik zera 21
- wolny wyraz wielomianu 49
- wspólny dzielnik 45
 - — — lewy 45
 - — — — — największy 45
 - — — — — lewy 45
 - — — — — prawy 45
 - — — — — prawy 45
 - — — — — quasi-dzielnik 46
 - — — — — lewy 46
 - — — — — — — największy 46
 - — — — — — — lewy 46
 - — — — — — — prawy 46
 - — — — — — — prawy 46
- współczynnik najwyższy wielomianu niezerowego 50
 - — — — — wielomianu 49
- współrzędne półwektora 137
- wymiar macierzy 73
 - — — minimalny 74
 - — — modułu 117
 - — — zbioru półwektorów 117
- wymierna \mathcal{F} -liczba 36
- wymiernych liczb ciało 36

- wyraz diagonalny macierzy 74
- macierzy 73
 - nadprzekątniowy macierzy 74
 - oporowy macierzy ponadtrójkątnej 200
 - podprzekątniowy macierzy 74
 - przekątniowy macierzy 74
 - tablicy 71
 - wolny wielomianu 49
- wyznacznik n -tego stopnia 86
- Vandermonde'a 98
- wzór Bineta-Cauchy'ego 91
- interpolacyjny Lagrange'a 68
 - Moivre'a 40
- Zależne liniowo funkcje półwektorowe 208
- – kolumny macierzy funkcyjnej 220
 - – półwektory 113
 - – wiersze macierzy funkcyjnej 220
- silnie liniowo funkcje półwektorowe 209
- – – kolumny macierzy funkcyjnej 220
 - – – wiersze macierzy funkcyjnej 220
- słabo liniowo funkcje półwektorowe 209
- – – kolumny macierzy funkcyjnej 220
 - – – wiersze macierzy funkcyjnej 220
- zbioru półwektorów półbaza 116
- – wymiar 117
- zbiór n -wymiarowy półwektorów 117
- zeła dzielnik 21
- – lewy 21
- zera dzielnik prawy 21
- – właściwy 21
- zero dzielący półwektor 110
- – właściwie półwektor 110
 - w pierścieniu 16
- zerowa macierz 76
- zerowe miejsce wielomianu 54
- – – lewe 54
 - – – prawe 54
- zerowy element podgrupy 11
- moduł 110
 - wielomian 49
- zerujący lewostronnie wielomian 241
- prawostronnie wielomian 241
 - wielomian 241
- zespólona liczba 37
- macierz 78
- zespólonej liczby argument 39
- – – główny 39
 - – część rzeczywista 38
 - – – urojona 38
 - – obraz geometryczny 40
 - – pierwiastek n -tego stopnia 40
 - – postać trygonometryczna 39
 - macierzy część rzeczywista 77
 - – – urojona 77
- zespólonych liczb ciało 36
- znak permutacji 84
- zredukowana macierz dołączona 244

Spis rzeczy

Przedmowa	5
Wiadomości wstępne	7

Część pierwsza — Algebra

Rozdział I. Pierścienie	11
§ I.1. Półgrupy i grupy	11
§ I.2. Pierścienie	15
§ I.3. Pierścienie z transpozycją	17
§ I.4. Dzielniki zera. Odwrotności	21
§ I.5. Pierścienie uporządkowane	23
§ I.6. Pierścienie nad pierścieniami	30
§ I.7. Ciała	32
§ I.8. Liczby zespolone	36
§ I.9. Liczby nieskończone	41
§ I.10. Pierścienie z podzielnością	42
Rozdział II. Wielomiany	49
§ II.1. Określenie wielomianu. Pierścienie wielomianowe	49
§ II.2. Wartość wielomianu w punkcie. Pierwiastki wielomianu	52
§ II.3. Podzielność wielomianów	55
§ II.4. Największy wspólny dzielnik wielomianów	61
§ II.5. Rozkład wielomianu na czynniki elementarne	63
§ II.6. Wzór interpolacyjny Lagrange'a	68
§ II.7. Funkcje wielomianowe	69
Rozdział III. Macierze	71
§ III.1. Określenie macierzy i podstawowe działania na macierzach	71
§ III.2. Typy szczególne macierzy	75
§ III.3. Hipermacierze	79
§ III.4. Permutacje	83
§ III.5. Wyznaczniki	86
§ III.6. Odwrotności macierzy	99
§ III.7. Ślad macierzy skończonej	106
Rozdział IV. Wektory	109
§ IV.1. Moduły. Półwektory	109
§ IV.2. Liniowa niezależność półwektorów	113

§ IV.3. Półbazy i bazy	116
§ IV.4. Przestrzenie liniowe. Wektory	122
§ IV.5. Przestrzenie metryczne	124
§ IV.6. Moduły z iloczynem skalarnym	125
§ IV.7. Moduły unormowane	130
§ IV.8. Półwektory ortogonalne	133
§ IV.9. Półbazy i bazy ortogonalne	134
§ IV.10. Współrzędne półwektora względem bazy	137
§ IV.11. Moduły izomorficzne	138
§ IV.12. Ortogonalność półwektora do podmodułu z iloczynem skalarnym	139
§ IV.13. Dopelnienie ortogonalne podmodułu z iloczynem skalarnym	140
§ IV.14. Rzut ortogonalny półwektora na podmoduł z iloczynem skalarnym	142
§ IV.15. Związek między teorią modułów a teorią wektorów i macierzy	144
Rozdział V. Macierze (ciąg dalszy).	145
§ V.1. Rząd macierzy skończonej	145
§ V.2. Macierze ortogonalne	152
§ V.3. Działania elementarne na macierzach i macierze elementarne	162
§ V.4. Macierze permutacyjne	165
§ V.5. Relacje macierzowe typu równoważności	167
§ V.6. Twierdzenia o diagonalizacji	174
§ V.7. Rozkład macierzy nieosobliwych i quasi-nieosobliwych	180
§ V.8. Nierówności Sylwestera i Frobeniusa	185
§ V.9. Macierze normalne	186
§ V.10. Macierze idempotentne i macierze rzutujące	187
§ V.11. Macierze nilpotentne	197
§ V.12. Macierze ponadtrójkątne	200
Rozdział VI. Macierze funkcyjne	204
§ VI.1. Pierścienie i moduły funkcyjne	204
§ VI.2. Funkcje półwektorowe	207
§ VI.3. Funkcje macierzowe i macierze funkcyjne	212
§ VI.4. Moduły macierzowe nad pierścieniami funkcyjnymi	217
§ VI.5. Rząd macierzy funkcyjnej	220
§ VI.6. Funkcyjne macierze ortogonalne	222
Rozdział VII. Macierze wielomianowe	224
§ VII.1. Wielomiany macierzowe i macierze wielomianowe	224
§ VII.2. Podzielność macierzy wielomianowych	228
§ VII.3. Kanoniczne macierze diagonalne	230
§ VII.4. Wielomiany niezmiennicze macierzy wielomianowej	231
§ VII.5. Dzielniki elementarne macierzy wielomianowej	236
§ VII.6. Wielomiany zerujące i wielomiany minimalne macierzy	241
§ VII.7. Formy normalne macierzy	246
§ VII.8. Forma kanoniczna Jordana macierzy zespolonych	249
Rozdział VIII. Wartości własne i wektory własne macierzy	252
§ VIII.1. Podstawowe definicje	252
§ VIII.2. Podstawowe własności	255
§ VIII.3. Macierze spektralne i macierze własne macierzy	265
§ VIII.4. Macierze proste	267

§ VIII.5. Ortogonalne macierze własne	270
§ VIII.6. Twierdzenia o diagonalizacji ortogonalnej	278
Rozdział IV. Macierze określone	283
§ IX.1. Formy hermitowskie	283
§ IX.2. Macierze określone	286
§ IX.3. Macierze nieujemnie określone	293
§ IX.4. Rozkład macierzy nieujemnie określonych	296
Skorowidz	302

PAŃSTWOWE
WYDAWNICTWO NAUKOWE

Wydanie I. Nakład 3500+250 egz. Ark.
wyd. 23,25. Ark. druk. 20. Papier druk.
sat. kl. V, 70 g, 70×100 cm. Oddano do
składania 25 marca 1980 r. Druk ukończono
we wrześniu 1981 r. Zam. 546/40 P-6/49.
Cena zł 70,-

DRUKARNIA UNIWERSYTETU
IM. A. MICKIEWICZA
W POZNANIU