grzbiet, sprawuiący rownowagę w sklepieniu, iakąkolwiek będzie liniia tworząca iego podniebienie (16); lecz sama tylko liniia łańcuźkowa służy na ten przypadek, kiedy sklepienie ma bydź wciąż równey grubości, biorąc tę iego grubość k po połowie wewnątrz linii i zewnątrz (*).

Równowaga sklepień baniastych.

Zrównania na równowagę sklepień baniastych.

18. Ieżeli okrąg koła, będącego rzutem poziomym podniebienia bani kołowey, rozdzielimy na części równe, i przez punkta podziałów tudzież oś bani poprowadzimy płaszczyzny pionowe, tedy sklepienie podzielone zostanie na pewną liczbę *wykrawków* (onglets), równych sobie i symetrycznie względem osi położonych. Z tych każde dwa przeciwległe sobie spieraią się ostrzami w mieyscu wspólney osi, i wzaiemnie się równoważą.

Oczywista z tego iż warunki równowagi między dwóma któremikolwiek wykrawkami będą dla wszystkich iednakie, i aby można było naleźć ie dla całego sklepienia, szukać należy dla któreykolwiek ich pary. Szukaiąc tedy warunków równowagi między nieskończenie małemi dwóma wykrawkami czyli pierwiastkami miąszości kołowey bani, przychodzimy z P. Berard (**) do złożenia dwóch następuiących zrównań.

$$d\left(\frac{PRydy}{ds}\right)+d\left(\frac{QRydy^2}{ds^2}\right)+Pydx=0\ldots 6).$$

$$d(PRy)+d\left(\frac{QRydy}{ds}\right)-Qydx=0\ldots 7).$$

(*) Berard 13, 14, 15.

(**) Berard. Sect. 3. part. I, 140.

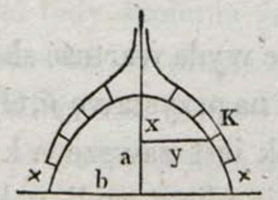
Zrównania 6) i 7) tém są dla sklepień baniastych i przez obrót utworzonych, czém są 4) i 5) dla sklepień kolébkowatych.

W zastosowaniach używa się iedno z dwóch poprzedzaiących zrównań, które się lepiey nadarza do zcałkowania. Za pośrzednictwem ich możemy rozwiązywać to dwoiste zadanie: maiąc dane prawo sił, albo tworzącą grzbiet sklepienia, naleźć liniią tworzącą podniebienie; albo tę liniią maiąc daną, naleźć prawo sił, lub też wykreślić tworzącą grzbiet sklepienia.

Ieżeli klińce maią gęstość iednaką i są uległe samey tylko sile cięźkości, będzie $P = 0$, a zrównanie 6) daie nam wyrażenie ciężaru całego sklepienia $= \frac{2mcdx}{dy}$; gdzie m znaczy stosunek koła do śrzednicy, a c ilość stałą przez integrowanie wprowadzoną. Stąd widzimy: *iż ciężar równoważącey się bani kołowey może bydź zawsze oznaczonym, a więc cała iey obiętość da się zawsze wyrazić w miarach sześciennych, czyli da się skostkować.* Własność ta bani kołowey, odpowiada takieyże własności w sklepieniu równoważącém się kolébkowatem (15).

Zrównanie następuiące:

$$K = \frac{A}{Ry.\,\text{dost}^2 a} \cdots 8)\ (*)$$



służy do nalezienia długości spoienia K, w którémkolwiek mieyscu bani kołowey przystawą y wskazaném. Służy więc

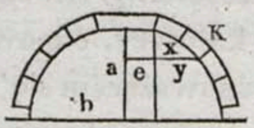
(*) Eytelwein, Statik fester Körper 2er Band. § 425.

do wykréślenia, przez punkta, linii tworzącey grzbiet sklepienia. Nadto, z niego się okazuie, iż kiedy $\alpha = o$, promień krzywizny R przybiera wartość skończoną; a wówczas y będąc równe zeru daie K nieskończenie wielkie. To iest: że kiedy promień krzywizny podniebienia w samym śrzodku zamka będzie wielkości skończonéy, grzbiet wówczas na biegunie sklepienia pociągnie się bez końca zwężaiąc się w około osi iakby przy ledwoniestycznéy; bania przeto kołowa kończyć się musi niby strzałą czyli ostrzącym się bez końca wysokim słupem. Wszakże grubość ta w zamku byłaby skończoną, ieśliby promień krzywizny na śrzodku zamka, był nieskończonéy wielkości.

Chociaż ta strzała iest nieskończoną, iednakże ciężar całey bani iest zawsze skończonym. Własność ta znamienita sklepień równoważących się, dozwala zastąpić część strzały od bieguna bani odiętą, przez bryłę równego iéy ciężaru.

W zrównaniu 8) uczyniwszy $y = e + y$, gdzie e znaczy pewną ilość stałą, zamienimy to zrównanie na następuiące:

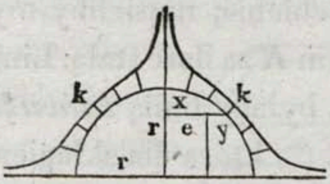
$$K = \frac{A}{R(e+y)\mathrm{dost}^2\alpha},$$



które wyda wartość skończoną na ilość K przy każdey wartości na przystawę y, chociażby ta była nawet $= o$. Ten przypadek iest zawsze w każdey bani, których część wierzchnia będzie odięta, czyli, w którey się otwór w wierzchu nayduie.

Stosuiąc zrównanie 8), do rozmaitych liniy krzywych, wziętych za tworzące podniebienia bań kołowych, postać sklepień równoważących się niémi utworzonych, zawsze oznaczoną bydź może. I tak naprzykład: ieżeli łukiem tworzącym podniebienie bani iest półokrąg koła, naydziemy:

$$K=\frac{be(r^2-y^2)}{(e+y)\{r^2-(e+y)^2\}};$$



z którego śledząc bieg linii krzywey grzbiet oznaczaiącey, widzieć się daie następuiąca własność: gdy $r=e+y$, czyli $y=r-e$, tedy mianownik powyższego wyrażenia iest równy zeru; a zatém sklepienie takie bez pomocy tarcia i siły wiążącey w zaprawie, miećby powinno w tém mieyscu grubość nieskończenie wielką. Stąd postrzegamy, iż liniia grzbietu rzeczonego sklepienia, kiedy to nie iest w górze otwarte, ma dwie iakoby ledwoniestyczne, iednę pionową, strzałę czyli oś bani, drugą poziomą w obie strony przedłużoną śrzednicę koła tworzącego podniebienie. Nadto, liniia tworząca grzbiet takiey bani, mieć będzie dwa punkta *przegięcia* (inflexion), po obu stronach osi tam położone, gdzie iest $y=\frac{R\sqrt{3}}{3}-e$; i w témto mieyscu przypada naymnieysza grubość sklepienia. Ponieważ tedy spoienia przy nasadzie takiey bani nie mogą bydź nieskończenie długie tak, iak tego teorya wymaga; przeto iey klińce nie inaczey na wezgłowiach utrzymać się mogą, tylko przez tarcie albo inne skuteczne śrzodki, zapobiegaiące temu niedostatkowi równowagi.

Toż samo rozumieć należy i o nieskończenie wysokiey strzale sklepienia baniastego.

Ieżelibyśmy przedsięwzięli szukać takiego grzbietu równoważącey się bani, któryby równoległym był od iey podniebienia; musielibyśmy całkuiąc zrównanie 8) uważać w niém *K* za ilość stałą. Liniia, którąbyśmy otrzymali w tym razie, byłaby liniią *łańcuźkową rosnącą* (chainette croissante) (*), która dla sklepienia baniastego iest tém, czém iest liniia łańcuźkowa zwyczayna dla sklepień kolébkowatych. Każda z nich służy do wykreślenia grzbietu i podniebienia razem, a to wykreślenie odbywa się przez poprowadzenie dwóch liniy równoległych od łańcuźkowey, iedney wewnątrz, drugiey zewnątrz; z tych pierwsza będzie tworzącą podniebienie, druga tworzącą grzbiet sklepienia.

Liniią służącą do wykreślenia równoległo-grzbietowey bani, przez podobność nazywamy *łańcuźkową rosnącą;* albowiem można uczynić taki łańcuch, w którymby ciężary ogniw, począwszy od punktu nayniższego, wzrastały iednako po obu stronach; ten, gdy będzie zawieszony, ułoży się podług takiey krzywizny, iaką ma mieć bania równey wciąż grubości.

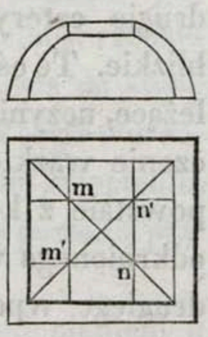
Równowaga sklepień złożonych.

Sklepienia kopankowatego.

19. Równowagę części sklepienia kopankowatego poymuiemy następuiącym sposobem. Wyobraźmy, że każdy tróykątny płat tego sklepienia iest bryłą złożoną z warst osobnych, na które ią podzieliły płaszczyzny prostopadle do osi iego poprowadzone. Każdy kliniec takiey warsty ma dwa *czoła* (tête) temiż płaszczyznami uczynione, i dwa drugie skie-

(*) Berard. 46.

rowane ku osi walca, którego ten płat troykątny iest częścią. Wyobraźmy sobie ieszcze cztéry punkta m, m', n, n', symetrycznie na krawędziach sklepienia położone, i w nich zbiegaiących się ośm po dwa równych sobie łęków, albo raczey nieskończenie cieńkich dzwon sklepienia. Dwa ze stron przeciwnych położone dzwona, równoważą się z sobą opieraiąc się iednym końcem o wezgłowie, drugim o część prostokreślną sklepienia w górze między niemi śrzodkuiącą. Na tey to równowadze



każdey pary dzwon sklepienia, za pośrzednictwem śrzodkuiącego między niemi graniastosłupa, polega doskonały spoczynek całego sklepienia.

Wypadki stosowania zrównań poprzedzaiących, do sklepień kopankowatych półokręgowych, uczą nas pięknych i nader pożytecznych własności; nayduiemy bowiem: iż,

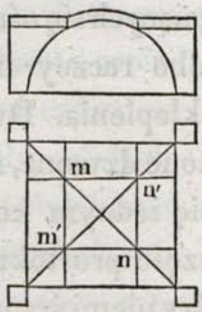
1^od^. *Powierzchnia sklepienia kopankowatego równą iest dwókrotnęy powierzchni podstawy swoiey, czyli dwa razy wziętemu poziomemu rzutowi podniebienia.*

2^re^. *Obiętość przestrzeni podniebieniem sklepienia i podstawą iego zamkniętey, równa iest dwóm trzecim częściom równoległościanu, opisanego na teyże powierzchni padniebienia.*

Te obiedwie własności służą też równie bani kołowey półokręgowey.

20. Równowagę sklepienia krzyżowego w ten sposób poymuiemy. Niech będą cztéry rzuty poziome m, m', n, n', czterech punktow symetrycznie obranych na krawędziach skle- Sklepienia krzyżowego.

pienia; przez te cztery punkta prowadzę cztery też płaszczyzny pionowe, każdą przez dwa na przyległych sobie krawędziach obrane. Do tych czterech płaszczyzn prowadzę drugie cztery równoległe i nieskończenie blizkie. Te ośm płaszczyzn, po dwie z sobą leżące, uczynią w sklepieniu cztery nieskończenie wązkie warstewki, z których każda powstaie z kołowego dzwona w poprzek odkroionego walca, i dwóch części walca drugiego wpodłuż wziętych. Będzie zatém



w sklepieniu krzyżowém równowaga, gdy ią zachowa każde śrzodkowe dzwono tego sklepienia, z dwiema częściami prostokreślnemi. Końce zaś ostateczne dzwon śrzodkowych cały swóy ciężar wywierać będą na krawędź eliptyczną, którą dla tego tu wyobrazić sobie można iakby liniią stałą, obciążoną ciężarami coraz ku nasadzie wzrastaiącemi. Siła przeto wypadkowa, ze wszystkich tych ciężarów, na iednę ćwierć sklepienia, równa będzie ciężarowi czwartey iego części, i przeydzie przez spodek krawędzi eliptycznéy.

Prócz tego, *naydziemy przestrzeń obiętą sklepieniem krzyżowem, gdy od podwóyney obiętości pierwotnéy kolébki odeymiemy obiętość sklepienia kopankowatego.*

Podobnież, *naydziemy bryłowatość sklepienia krzyżowego, gdy od bryłowatości dwóch przecinaiących się kolebek odeymiemy powstałe z nich sklepienie kopankowate* (13).