

Oczywiście w odniesieniu do wzoru (2.17) istnieje związek

$$\zeta = \lambda \frac{l}{d} \quad (2.22)$$

W literaturze są podane niekiedy dla poszczególnych rodzajów kształtek odpowiednie *zastępcze długości rur* o tych samych średnicach, których opory są równoważne oporowi przepływu przez kształtki. Ułatwia to sumaryczne obliczanie oporów przepływu układu rurociągów.

2.2.4. Przepływ cieczy zawierającej zawiesiny

Pompy wirowe są niejednokrotnie stosowane do podnoszenia cieczy zawierającej *zawiesiny*, czyli cząstki stałe unoszone przez ciecz. Obecność tych cząstek wywiera decydujący wpływ na sprawność mechaniczną i hydrauliczną pompy.

Należy zdawać sobie sprawę z tego, że energia kinetyczna oraz energia położenia cząstek stałych unoszonych przez płynącą ciecz nie może być zmieniona w energię ciśnienia, ponieważ cząstki te nie biorą udziału ani w utrzymaniu, ani w przenoszeniu energii ciśnienia. Przy pompowaniu mieszaniny zwiększa się jedynie energia kinetyczna cząstek stałych kosztem energii zawartej w płynącej cieczy. Energia kinetyczna cząstek stałych nie może być zamieniona w energię ciśnienia, lecz ulega rozproszaniu. Dlatego też energia mieszaniny jest mniejsza od energii samej cieczy o tej samej objętości co mieszanina. Transport cząstek stałych w cieczy powoduje dodatkowe straty hydrauliczne wywołane tarciami cząstek cieczy o powierzchnie ciał stałych i tarciami unoszonych cząstek stałych o ściany przewodu. Straty te wzrastają w miarę zwiększania się zawartości cząstek stałych w cieczy. Jednocześnie maleje wysokość podnoszenia i sprawność pompy.

2.3. Ruch okrężny cieczy

Działanie wszystkich pomp wirowych oraz niektórych pomp wyporowych opiera się na *ruchu okrężnym* podnoszonej cieczy, stąd przy rozpatrywaniu pracy tych pomp jest konieczna znajomość rodzajów ruchu okrężnego, zjawisk towarzyszących takiemu ruchowi oraz zależności określających parametry tego ruchu.

Rozróżniamy dwa podstawowe rodzaje ruchu okrężnego — *ruch okrężny swobodny*, występujący w układzie odosobnionym i oparty na zasadzie zachowania energii, oraz *ruch okrężny wymuszony*, występujący w wyniku dostarczania energii z zewnątrz.

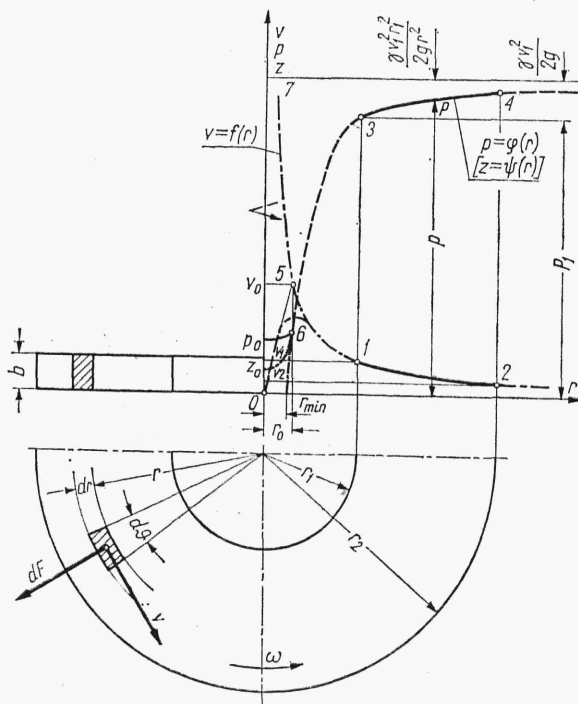
W celu uproszczenia rozumowania rozpatrzmy ruch okrężny cieczy doskonałej, odbywający się wyłącznie pod wpływem sił zachowawczych, w którym linie prądu są kołami koncentrycznymi leżącymi w płaszczyznach prostopadłych do osi wirowania.

2.3.1. Ruch okrężny swobodny

Ruch okrężny swobodny (rys. 2.3) wokół pionowej osi określa zależność wynikająca bezpośrednio z równania (2.7), wyprowadzonego z twierdzenia Bernoulliego, w którym przyrost wysokości położenia $dz = 0$

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{v dv}{g} = 0 \quad (2.23)$$

Przyrost ciśnienia dp wyznaczmy rozpatrując działanie siły odśrodkowej na elementarną cząsteczkę cieczy (rys. 2.3), której prędkość obwodowa w danej chwili wynosi v .



Rys. 2.3
Ruch okrężny swobodny cieczy

Elementarną siłę odśrodkową określimy z zależności

$$dF = dm \frac{v^2}{r} = \frac{\gamma}{g} b dr r d\theta \frac{v^2}{r} = \frac{\gamma}{g} v^2 b dr d\theta \quad (2.24)$$

Siła ta działając na sąsiednią cząsteczkę cieczy powoduje przyrost ciśnienia na drodze dr

$$dp = \frac{dF}{dA} = \frac{dF}{b r d\theta} = \frac{\gamma}{g} \frac{v^2}{r} dr \quad (2.25)$$

Po wstawieniu otrzymanego wyrażenia do równania (2.23) otrzymamy

$$\frac{\gamma v^2 dr}{g r \gamma} + \frac{v dv}{g} = 0 \quad (2.26)$$

Ostatecznie po skróceniu i przekształceniu równanie (2.26) przyjmuje postać

$$\frac{dr}{r} + \frac{dv}{v} = 0 \quad (2.27)$$

Po scałkowaniu wyrażenia (2.27) otrzymamy zależność

$$r_1 v_1 = r_2 v_2 = \dots = rv = \text{const} \quad (2.28)$$

z której wynika *warunek niezmienności momentu prędkości rv w ruchu okrężnym swobodnym*.

Na podstawie zależności (2.28) możemy dla każdego promienia r określić wartość prędkości v . Wykresem prędkości jest hiperbola (rys. 2.3).

Iloczyn masy cieczy m przez moment prędkości rv daje *moment ilości ruchu (moment pędu)*, czyli *kręt K* . W odniesieniu do jednostkowej objętości masy wyrażenie na kręt przybierze postać

$$K = \frac{\gamma}{g} rv \quad (2.29)$$

Z równania (2.28) wynika również, że w ruchu okrężnym cieczy doskonałej, odbywającym się wyłącznie pod działaniem sił zachowawczych, tzn. w ruchu swobodnym, kręt K wszystkich cząstek jest w całym obszarze wirowania taki sam

$$K = \frac{\gamma}{g} r_1 v_1 = \frac{\gamma}{g} r_2 v_2 = \dots = \frac{\gamma}{g} rv = \text{const} \quad (2.30)$$

Równanie (2.30) ma istotne znaczenie dla przepływu przez pompy wirowe i rotacyjne w obszarach o niezmiennej energii.

Weźmy pod uwagę równanie Bernoulliego (2.9) dla $z = \text{const}$. Zależność ciśnień p i prędkości v dla promieni r_1 oraz r wyrazi się wzorem

$$\frac{p - p_1}{\gamma} + \frac{v^2 - v_1^2}{2g} = 0 \quad (2.31)$$

Wprowadzając zależność z równania (2.28), otrzymamy wyrażenie na przyrost ciśnienia

$$p - p_1 = \frac{\gamma r_1^2 v_1^2}{2g} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r^2} \right) = \frac{\gamma v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) \quad (2.32)$$

lub

$$p = p_1 + \frac{\gamma v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) \quad (2.33)$$

Równanie (2.33) przedstawia graficznie hiperboloidę (rys. 2.3). W przypadku swobodnego ruchu okrężnego cieczy doskonałej w naczyniu otwartym, tzn. przy stałym ciśnieniu, zmiana wysokości prędkości spowoduje, zgodnie z twierdzeniem Bernoulliego, zmianę wysokości położenia wg zależności wynikającej z równania (2.9)

$$z - z_1 = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} = \frac{r_1^2 v_1^2}{2g} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r^2} \right) = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) \quad (2.34)$$

lub

$$z = z_1 + \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) \quad (2.35)$$

Obrazem kształtu powierzchni swobodnej cieczy w ruchu okrężnym swobodnym będzie zatem również hiperboloida o zarysie przedstawionym przez krzywą $z = \Psi(r)$ na rys. 2.3.

Po przeprowadzeniu analizy matematycznej równania (2.33) wynika, iż przy zmniejszaniu promienia r prędkość v rośnie, zaś ciśnienie p maleje. Występuje tu jednak sprzeczność fizyczna, gdyż przy $r \rightarrow 0$ ciśnienie p musiałoby być ujemne nieskończenie wielkie, gdy w rzeczywistości może ono spaść do 0. Nastąpi to przy $r = r_{\min}$, którego wartość łatwo wyznaczyć z równania (2.33) dla $p = 0$.

Również wzrost prędkości v , zgodnie z prawem stałego krętu, następuje przy zmniejszaniu r , ale tylko do pewnej wartości $r = r_0$. Przy dalszym zmniejszaniu r (rys. 2.3) występuje spadek prędkości v proporcjonalnie do promienia r właściwy dla ruchu okrężnego wymuszonego, natomiast ciśnienie p_0 zachowuje w przybliżeniu stałą wartość.

W rzeczywistości, ruchowi okrężnemu swobodnemu towarzyszy dośrodkowy ruch cieczy (w wyniku zmniejszającego się ciśnienia) i otrzymujemy pewien wypadkowy ruch okrężny. Zjawiska te są omówione dokładnie w hydromechanice płynów [16].

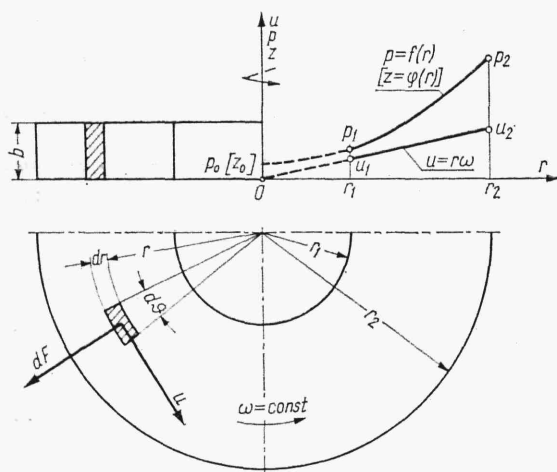
Ze zjawiskiem swobodnego krążenia cieczy spotkamy się w komorach ssawnych pomp swobodnie zanurzonych. Wpływa ono w istotny sposób na kierunek napływu strug do wirnika; zaś towarzyszący krążeniu spadek ciśnienia może wpływać na powstawanie zjawiska kawitacji.

2.3.2. Ruch okrężny wymuszony

Na rys. 2.4 przedstawiono naczynie zamknięte, całkowicie napełnione cieczą i obracające się ze stałą prędkością kątową, przy czym z tą samą prędkością wiruje ciecz, tak że poszczególne jej cząsteczki mają prędkość obwodową (unoszenia) u proporcjonalną do odległości od osi obrotu

$$u = r\omega \quad (2.36)$$

Ruch okrężny cieczy jest wymuszony, np. przez łopatki, jak to ma miejsce w wirniku pompy wirowej lub dzięki działaniu naprężeń stycznych w cieczy. Ruch ten jest wywołany kosztem energii doprowadzonej z zewnątrz.



Rys. 2.4
Ruch okrężny wymuszony cieczy

Rozpatrując działanie elementarnej siły odśrodkowej dF na elementarną cząstkę cieczy (rys. 2.4) otrzymamy — analogicznie jak w ruchu okrężnym swobodnym — wyrażenie na przyrost ciśnienia

$$dp = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{u^2}{r} dr = \frac{\gamma}{g} \omega^2 r dr \quad (2.37)$$

Na drodze od r_1 do r_2 całkowity przyrost ciśnienia wyniesie

$$p_2 - p_1 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{u^2}{r} dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\gamma}{g} \omega^2 r dr = \frac{\gamma}{2g} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) = \frac{\gamma}{2g} (u_2^2 - u_1^2) \quad (2.38)$$

zaś dla dowolnego promienia r otrzymamy

$$p - p_1 = \frac{\gamma}{g} \omega^2 (r^2 - r_1^2) = \frac{\gamma}{2g} (u^2 - u_1^2) \quad (2.39)$$

Obrazem przyrostu ciśnienia jest parabola (rys. 2.4). W przypadku otwartego naczynia nastąpiłby odpowiedni przyrost wysokości położenia cząstek cieczy i jej powierzchnia przyjąłaby kształt paraboloidy obrotowej o zarysie $z = \varphi(r)$ podobnym do krzywej przyrostu ciśnienia przedstawionej na rys. 2.4.

Ruch okrężny wymuszony występuje w obrębie wirnika pomp wirowych.

2.4. Zjawiska opływu cieczy

Z pojęciem *opływu cieczy* spotkamy się przy omawianiu *aerodynamicznej metody projektowania łopatek pomp śmigłowych*, polegającej na traktowaniu łopatki jako płata nośnego o danym profilu aerodynamicznym, wokół którego występuje zjawisko *krążenia cieczy (cyrkulacji)*. Dlatego w niniejszym punkcie ograniczymy się do przedstawienia zjawisk występujących przy opływie płata nośnego.

2.4.1. Krążenie prędkości (cyrkulacja)

Krążeniem lub *cyrkulacją prędkości cząsteczki cieczy* nazywamy całkę liniową wektora prędkości v wzdłuż zamkniętego konturu S (rys. 2.5)

$$\Gamma = \oint_S \vec{v} ds = \oint_S v_s ds \quad (2.40)$$

W szczególnym przypadku poruszania się cząsteczki cieczy po okręgu koła o promieniu r ze stałą prędkością kątową ω krążenie wyniesie

$$\Gamma = \oint_S r \omega r d\vartheta = 2\pi r c = 2\pi r^2 \omega = 2A\omega \quad (2.41)$$

gdzie: A — pole koła o promieniu r , c — prędkość liniowa cząsteczki styczna do okręgu koła.

W przypadku wirnika pompy wirowej (rys. 2.6) możemy wyznaczyć za pomocą krążenia moment obrotowy przenoszony na ciecz pompowaną. Niech wirnik o promieniach wewnętrznym r_1 i zewnętrznym r_2 obraca się ze stałą prędkością kątową ω .