

*pomp odśrodkowych. Ruch cząsteczki jest tu dwuwymiarowy (płaski). Rzutem prędkości bezwzględnej  $c$  na płaszczyznę południkową, przechodzącą przez punkt  $C$ , jest prędkość  $c_r$  o kierunku promieniowym, jako szczególna wielkość prędkości południkowej  $c_m$ . Oczywiście składowa osiowa prędkości  $c_z = 0$ . Zwykle w obliczeniach pomp odśrodkowych na określenie *prędkości południkowej* o kierunku promieniowym, zamiast symbolu  $c_r$  używamy ogólniejszego symbolu  $c_m$ .*

Który z omówionych kształtów przepływu przez wirnik występuje, czyli jaki to będzie rodzaj pompy, zależy od wzajemnego stosunku wartości głównych parametrów pompy: wydajności  $Q$ , wysokości podnoszenia  $H$  i prędkości obrotowej  $n$ . Dokładniejsze omówienie tego zagadnienia zostanie przeprowadzone w p. 9.3.

## 9.2. Przemiany energetyczne przy przepływie przez wirnik. Podstawowe równanie pomp wirowych

### 9.2.1. Jednostkowa praca pompowania wirnika. Równanie podstawowe pomp wirowych

*Pracą jednostkową pompowania wirnika  $L_{I\infty}$ <sup>1)</sup> nazywamy pracę teoretyczną oddaną 1 kg masy pompowanej cieczy (przez to zwiększającą jej energię) na drodze od wlotu do wylotu z wirnika (poprawnie od dopływu do wypływu z wirnika, a ściślej w obrębie oddziaływania łopatek wirnika na ciecz, tj. od krawędzi wlotowej do wylotowej łopatki).*

Zgodnie z punktem 9.1 rozpatrzmy przepływ wzdłuż środkowej linii prądu, oznaczając punkt początkowy indeksem 1, punkt końcowy indeksem 2. Niech linia  $HKBED$  na rys. 9.2 będzie środkową linią prądu, zaś punkty  $H$  i  $D$  punktami 1 i 2. Biorąc pod uwagę przyrosty prędkości  $u$ ,  $w$  i  $c$  wzdłuż tej linii możemy określić *jednostkową pracę wirnika*, jako sumę przyrostów energii tych prędkości

$$L_{I\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \quad (9.1)$$

Przestawienie kolejności wyrazów w trzecim członie wynika z większej wartości  $w_1$  niż  $w_2$ , jak to stwierdzimy poniżej. Pierwszy człon określa przyrost energii prędkości cieczy w obrębie wirnika, drugi człon — przyrost energii ciśnienia, trzeci — również przyrost energii ciśnienia wywołany zmniejszeniem się prędkości względnej przy przepływie przez dyfuzorowe kanały międzyłopatkowe wirnika.

Dzieląc równanie (9.1) przez przyspieszenie grawitacyjne  $g$  otrzymamy *teoretyczną wysokość podnoszenia przy nieskończenie wielkiej liczbie łopatek*

$$\frac{L_{I\infty}}{g} = H_{th\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad (9.2)$$

gdzie indeks  $th$  oznacza *teoretyczną* — zaś indeks  $\infty$  nieskończenie wielką liczbę łopatek.

<sup>1)</sup> Ponieważ przekazywanie energii następuje za pośrednictwem łopatek, w literaturze technicznej zagranicznej [5], [11] jednostkowa praca wirnika  $L_I$  nosi nazwę *specyficznej pracy łopatek* (*spezifische Schaufelarbeit*).

Pierwszy wyraz we wzorze (9.2) określa *dynamiczną wysokość podnoszenia*  $H_{dyn\infty}$ , zaś pozostałe dwa wyrazy — *potencjalną wysokość podnoszenia*  $H_{p\infty}$  *pompy przy nieskończeniu wielkiej liczbie łopatek*. Należy podkreślić, że wyrażenie (9.2) nie określa jednostkowej pracy, lecz wysokość podnoszenia w wymiarze długości  $m$ , której wartość zależy od miejscowego przyspieszenia grawitacyjnego  $g$ , bowiem jednostkowa praca  $L_{I\infty}$  ma — dla ustalonego stanu ruchu — wartość stałą niezależnie od wartości przyspieszenia pola grawitacyjnego.

Z trójkąta prędkości  $c, u, w$  (rys. 9.2) wynika zależność trygonometryczna

$$w^2 = u^2 + c^2 - 2uc \cos \alpha = u^2 + c^2 - 2uc_u$$

gdyż  $c_u = c \cos \alpha$

Podstawiając wartości  $w^2$  z odpowiednimi indeksami do równania (9.1) i redukując, otrzymamy ostatecznie

$$L_{I\infty} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \quad (9.3)$$

Jest to podstawowe równanie dla maszyn przepływowych, słuszne dla różnych cieczy i gazów o zmiennej gęstości.

Po podzieleniu wyrażenia (9.3) przez przyspieszenie grawitacyjne  $g$  otrzymamy

$$\frac{L_{I\infty}}{g} = H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \quad (9.4)$$

Jest to inna postać wyrażenia (9.2), określającego *teoretyczną wysokość podnoszenia pompy przy nieskończeniu wielkiej liczbie łopatek*<sup>1)</sup>.

## 9.2.2. Przyrost momentu pędu (krętu) w obrębie wirnika

Przy przepływie cieczy przez wirnik, poddanej działaniu wymuszonego krążenia, następuje geometryczna zmiana prędkości z  $\tilde{c}_1$  na  $\tilde{c}_2$  oraz zmiana momentu prędkości w kierunku obwodowym z  $r_1 c_{u1}$  na  $r_2 c_{u2}$ , przy czym  $c_{u1} = c_1 \cos \alpha_1$  i  $c_{u2} = c_2 \cos \alpha_2$ .

Weźmy pod uwagę elementarną masę cieczy poruszającą się wzdłuż jednej linii prądu, pamiętając o założeniu, iż linie prądu pozostałych cząsteczek są do siebie przystające. Mnożąc moment pędu przez elementarną masę płynącej cieczy w czasie  $dt$  na wlocie do wirnika  $dQ_{m1} dt$  i na wylocie  $dQ_{m2} dt$  otrzymamy przyrost składowej obwodowej momentu pędu (krętu) w obrębie wirnika

$$dK_u = r_2 c_2 \cos \alpha_2 dQ_{m2} dt - r_1 c_1 \cos \alpha_1 dQ_{m1} dt \quad (9.5)$$

Przy zachowaniu warunku ciągłości przepływu

$$dQ_{m1} = dQ_{m2} = dQ_m \quad (9.6)$$

wyrażenie (9.5) przyjmie postać

$$dK_u = (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1) dQ_m dt \quad (9.7)$$

<sup>1)</sup> Wyrażenia (9.2) i (9.4) są powszechnie stosowane w praktycznych obliczeniach pomp znajdujących się w stałym polu grawitacyjnym. Natomiast w przestrzeni o zmiennej wartości przyspieszenia grawitacyjnego  $g$ , np. w przestrzeni międzyplanetarnej, musi być brane pod uwagę pojęcie pracy jednostkowej, określone wzorami (9.1) lub (9.3).

Ale pochodna krętu względem czasu jest równa momentowi obrotowemu działającemu na układ, więc elementarny moment działający na cząsteczkę

$$dM = \frac{dK_u}{dt} = (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1) \varrho dQ_m \quad (9.8)$$

Rozciągając całkowanie na wszystkie linie prądu, otrzymamy całkowity moment obrotowy

$$M = \int (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1) \varrho dQ_m = \varrho Q (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (9.9)$$

Jest to *podstawowe równanie L. Eulera* dla pomp wirowych.

Ponieważ moc pobierana przez wirnik pompy przy teoretycznej wysokości podnoszenia i nieskończonej liczbie łopatek

$$P = \gamma Q H_{th\infty} = M \omega \quad (9.10)$$

więc wstawiając tu wartość  $M$  z równania (9.9), otrzymamy

$$\gamma Q H_{th\infty} = \omega \varrho Q (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (9.11)$$

lub po skróceniu i podstawieniu zależności  $u = r\omega$

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1) = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \quad (9.12)$$

Wyrażenie (9.12) jest takie samo jak wyrażenie (9.4).

Jeżeli przed wlotem nie ma krętu cieczy,  $c_{u1} = 0$  i  $\alpha_1 = 90^\circ$ , wtedy

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} u_2 c_{u2} \quad (9.13)$$

Ponieważ przy przepływie charakteryzującym pompę śmigłową (odcinek linii prądu HK na rys. 9.2) cząsteczki cieczy poruszają się po cylindrycznych powierzchniach prądu, więc  $u_2 = u_1 = u$ , zatem teoretyczna wysokość podnoszenia pompy śmigłowej przy nieskończonej wielkiej liczbie łopatek może być wyrażona wzorem

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} u (c_{u2} - c_{u1}) \quad (9.14)$$

zaś przy  $\alpha_1 = 90^\circ$  (nie ma krętu na wlocie do wirnika) wzór (9.14) przyjmie postać

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} u c_{u2} \quad (9.15)$$

### 9.3. Kształt powierzchni prądu przy przepływie przez wirnik. Ukształtowanie wirników pomp wirowych

Z analizy przepływu przeprowadzonej w poprzednich ustępach (p. 9.1) wynika, iż kształt powierzchni prądu (rys. 9.2), a przez to kształt wirnika i rodzaj pompy, zależy od wzajemnego stosunku głównych parametrów: natężenia przepływu przez wirnik  $Q$ , wysokości podnoszenia  $H$  i prędkości obrotowej  $n$ .

Znając określenia wysokości podnoszenia  $H$  (wzory (9.2), (9.4), (9.12), (9.13) i (9.14)) możemy kontynuować nasze rozważania. Rozpatrzmy jakim zmianom ulega powierzchnia prądu  $\pi$  (rys. 9.1 i 9.2), gdy przy stałych wartościach  $Q$  i  $n$  będzie