

### 10.1.2. Warunek podobieństwa kinematycznego

Warunkiem zachowania *podobieństwa kinematycznego* dwu pomp jest podobieństwo geometryczne pól prądu w obu przepływach.

## 10.2. Zależności między parametrami dwu pomp przy istniejącym podobieństwie dynamicznym

### 10.2.1. Praca pompy wirowej przy dwu różnych prędkościach obrotowych $n_1$ i $n_2$

W tym przypadku występuje zupełne podobieństwo geometryczne i kinematyczne. Wobec równości kątów nachylenia łopatek, trójkąty prędkości na wlocie i wylocie z wirników, przy różnych prędkościach obrotowych  $n$ , będą do siebie podobne, jak to przedstawia przykładowo rys. 10.1 dla wylotu z wirnika. Z podobieństwa trójkątów na wylocie wynika

$$u'_2/u''_2 = w'_2/w''_2 = c'_2/c''_2 = c'_{m2}/c''_{m2} = \text{const} \quad (10.1)$$

Analogiczne proporcje wystąpią między prędkościami w trójkącie wlotowym. Wobec niezmiennych wymiarów wirnika zachodzi ogólna zależność

$$u = \frac{\pi d n}{60} \propto n \quad (10.2)$$

więc wyrażenie (10.1) można przedstawić w formie

$$u \propto w \propto c \propto c_m \propto n \quad (10.3)$$

Z połączenia tego wyrażenia ze wzorem (9.2) (indeksy *th* przy  $H$  pominięto, gdyż nie wpłynie to zasadniczo na wynik rozumowania)

$$2gH = c_2^2 - c_1^2 + u_2^2 - u_1^2 + w_1^2 - w_2^2$$

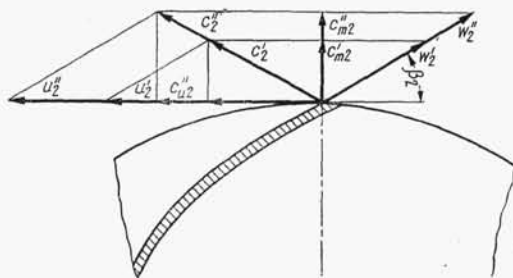
wynika proporcja

$$H \propto n^2 \quad (10.4)$$

lub inaczej z uwzględnieniem zmiany sprawności hydraulicznej  $\eta_h$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\eta_{h1}}{\eta_{h2}} \approx \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \quad (10.5)$$

gdzie  $H_1, H_2$  — wysokości podnoszenia przy prędkościach obrotowych  $n_1$  i  $n_2$ .



**Rys. 10.1**  
Wieloboki prędkości na wypływie z wirnika przy zmiennej prędkości obrotowej  $n$ ; ' — odnosi się do prędkości  $n_1$ , '' — odnosi się do prędkości  $n_2$

Natężenie przepływu, jako iloczyn przekroju i prędkości, zależy w pierwszej potęgze od  $c_m$ , a przez to od  $n$ , czyli

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1 \eta_{v1}}{n_2 \eta_{v2}} \approx \frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{1/2} \quad (10.6)$$

Stosunek pobieranych mocy przy różnych prędkościach obrotowych wyniesie

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\gamma_1 Q_1 H_1 \eta_2}{\gamma_2 Q_2 H_2 \eta_1} \approx \frac{\gamma_1 Q_1 H_1}{\gamma_2 Q_2 H_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{3/2} \quad (10.7)$$

Jeśli przy obu prędkościach obrotowych przepływa ta sama ciecz, czyli  $\gamma_1 = \gamma_2$ , wtedy

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{3/2} \quad (10.8)$$

Przy wyprowadzaniu zależności (10.3), (10.4), (10.5), (10.6) oraz (10.7), (10.8) przyjęto niezmiennie sprawności pomp  $\eta$ ; błąd wynikający z tego założenia wzrasta wraz z wartością zmiany prędkości obrotowych.

Wyprowadzone wzory umożliwiają łatwe obliczenie nowych parametrów pracy pompy, której zmieniono prędkość obrotową. Oprócz zalet takiego sposobu regulacji parametrów pracy należy pamiętać o zmieniających się warunkach wytrzymałościowych pomp (naprężenia skracające wał i rozciągające kadłub i inne).

#### 10.2.2. Zależności między parametrami pracy dwu pomp geometrycznie podobnych przy tej samej prędkości obrotowej

Weźmy pod uwagę dwie geometrycznie podobne pompy o nominalnych średnicach zewnętrznych (średnicach krawędzi wylotowej łopatek)  $d_1$  i  $d_2$ , wydajnościach  $Q_1$  i  $Q_2$ , wysokościach podnoszenia  $H_1$  i  $H_2$ , pobieranych mocach  $P_1$  i  $P_2$ , przy sprawnościach objętościowych  $\eta_{v1}$  i  $\eta_{v2}$ , sprawnościach hydraulicznych  $\eta_{h1}$  i  $\eta_{h2}$ , sprawnościach całkowitych  $\eta_1$  i  $\eta_2$ . Podnoszone ciecze mają ciężary właściwe  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  oraz lepkości kinematyczne  $\nu_1$  i  $\nu_2$ .

Przy stałej prędkości obrotowej  $n$  prędkości unoszenia na wylocie z wirników są wprost proporcjonalne do średnic

$$u = \frac{\pi d n}{60} \quad \text{czyli} \quad u \propto d \quad (10.9)$$

Przy tych samych kątach  $\beta_2$  trójkąty prędkości na wylocie będą dla obu pomp podobne, jak na rys. 10.1, stąd w połączeniu ze wzorem (9.2) wyniknie zależność

$$\frac{H_1 \eta_{h1}}{H_2 \eta_{h2}} = \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \frac{\eta_{h1}}{\eta_{h2}} \quad (10.10)$$

Natężenie przepływu  $Q$  przez wirnik, np. na wylocie, jest równe każdorazowo iloczynowi przekroju  $A_2$  przez prędkość południkową  $c_{m2}$  czyli  $Q = A_2 c_{m2}$ . Ponieważ przekroje zależą od kwadratu stosunków liniowych, zaś prędkość  $c_{m2}$  jest proporcjonalna do prędkości unoszenia  $u_2$  (rys. 10.1), więc między przepływami przez obie pompy zaistnieje zależność

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 \frac{\eta_{v1}}{\eta_{v2}} \quad (10.11)$$

Stosunek pobieranych mocy wyrazi się wzorem

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\gamma_1 Q_1 H_1 \eta_2}{\gamma_2 Q_2 H_2 \eta_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^5 \frac{\eta_2}{\eta_1} \quad (10.12)$$

Zakładając w przybliżeniu  $\eta_{v1} = \eta_{v2}$ ,  $\eta_{h1} = \eta_{h2}$  i  $\eta_1 = \eta_2$ , otrzymamy dla tej samej cieczy ( $\gamma_1 = \gamma_2$ ) uproszczone zależności

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \quad (10.13)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 \quad (10.14)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^5 \quad (10.15)$$

### 10.2.3. Zależności między parametrami pracy dwu pomp geometrycznie podobnych o różnych prędkościach obrotowych

W tym przypadku należy wziąć pod uwagę zachodzące zależności wyprowadzone w p. 10.2.1 i 10.2.2 łącznie. Otrzymamy wtedy dla tej samej cieczy (przy założeniu stałych sprawności  $\eta_v$ ,  $\eta_h$  i  $\eta$ )

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \quad (10.16)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 \quad (10.17)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^5 \quad (10.18)$$

Eliminując z równań (10.16) i (10.17) stosunek średnic  $d_1/d_2$ , otrzymamy po przekształceniu

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{1/2} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{3/4} \quad (10.19)$$

a eliminując z równań (10.16) i (10.18) stosunek  $d_1/d_2$  i przekształcając je otrzymamy

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/2} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{5/4} \quad (10.20)$$

Z analizy zależności (10.19) wynika ważny wniosek, iż w przypadku dwu pomp spełniających warunki podobieństwa dynamicznego ich parametry pracy są ze sobą związane; przy znanych wartościach parametrów jednej pompy, np.  $Q_2$ ,  $H_2$ ,  $n_2$ , można dla pompy drugiej przyjąć wartości dwu z trzech parametrów dowolnie, natomiast wartość pozostałego trzeciego będzie tylko jedna, wynikająca z zależności (10.19). Analogiczne powiązania między parametrami  $H$ ,  $P$ ,  $n$  obu pomp wynikają z zależności (10.20). Zależności te pozwalają na określanie wartości parametrów pomp modelowych w powiązaniu z pompami roboczymi i odwrotnie.